Promotie bij een verwacht voorkeursbeleid en verschillende bekwaamheidsverdelingen

Het effect van verschil in bekwaamheidsverdelingen en discriminatie- en bevoorrechtingsverwachtingen van werknemers op de optimale promotieregel

Freek van Gils
346044
2013

Bachelorscriptie Economie & Bedrijfseconomie

Scriptiebegeleider: dr. J.J.A. Kamphorst

Erasmus School of Economics

Erasmus Universiteit Rotterdam

Samenvatting

Dit artikel beschouwt discriminatie binnen een organisatie. Deze discriminatie wordt niet veroorzaakt door voorkeuren of statistische informatie, maar vindt plaats vanwege onzekerheid van intrinsiek gemotiveerde werknemers over hun bekwaamheid. Het inspanningsniveau van de werknemers is afhankelijk van hun bekwaamheidsverwachtingen. De manager kan deze verwachtingen beïnvloeden om de productie van de organisatie te maximaliseren. In het model van dit artikel vindt beïnvloeding plaats door middel van een promotiebeslissing. De manager promoveert één van zijn twee werknemers. Hij is op de hoogte van hun bekwaamheid; de werknemers kennen alleen de verdeling waaruit hun bekwaamheid afkomstig is. De werknemers hebben gelijke verwachtingen over discriminatie en/of bevoorrechting bij de promotiebeslissing die bij de manager bekend zijn. Bij discriminatie- en bevoorrechtingsverwachtingen en/of verschillende bekwaamheidsverdelingen van de werknemers maximaliseert de manager de productie van de organisatie door een discriminerende promotieregel te hanteren. Als de werknemers gelijke bekwaamheidsverdelingen hebben, is het voor de manager optimaal om de bekwaamheid van de werknemer die verwacht benadeeld te worden daadwerkelijk negatiever te beoordelen bij de promotiebeslissing dan de bekwaamheid van de werknemer die verwacht bevoordeeld te worden. Een hogere ondergrens en een lagere bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van de werknemer die verwacht bevoordeeld te worden, evenals een hogere bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van de werknemer die verwacht benadeeld te worden, hebben een positief effect op de waardering van de manager voor een eenheid bekwaamheid van de werknemer die verwacht benadeeld te worden. Naar analogie hebben een hogere bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van de verwachte bevoordeelde en een hogere ondergrens en lagere bovengrens van de verwachte benadeelde een negatief effect op de waardering van de manager voor een eenheid bekwaamheid van de werknemer die verwacht benadeeld te worden.

Inhoudsopgave

Samenvatting 2

1 Introductie 4

2 Het model 6

3 Methodologie 7

4 Verwacht voorkeursbeleid 10

5 Verschillende bekwaamheidsverdelingen werknemer 1 13

6 Verschillende bekwaamheidsintervallen werknemer 2 24

7 Conclusie 35

8 Literatuurlijst 38

1 Introductie

De economische literatuur over discriminatie en bevoorrechting kent twee leidende theorieën. De eerste verklaring van discriminatie behelst voorkeuren. Discriminatie vindt plaats omdat werkgevers, collega's of klanten contact met bepaalde groepen wensen te vermijden (Becker, 1957). De tweede theorie is gebaseerd op incomplete informatie over de bekwaamheid van werknemers. Managers gebruiken karakteristieken van een bepaalde groep om de eigenschappen van een individueel lid van de groep te voorspellen. Er is sprake van discriminatie op basis van beschikbare statistische informatie, niet vanwege de persoonlijke smaak van werkgevers. Arrow (1972b, 1973) en Phelps (1972) hebben belangrijke bijdragen geleverd aan de theorievorming over deze statistische discriminatie. In de meest invloedrijke modellen over statistische discriminatie doet discriminatie zich voor om een tweetal redenen: werkgevers discrimineren omdat (1) er exogene verschillen bestaan in de precisie van informatie over de bekwaamheid van werknemers binnen een bepaalde groep of (2) er evenwichten bestaan waarbij werknemers uit verschillende groepen ongelijk investeren in menselijk kapitaal.

Dit artikel benadert discriminatie vanuit een ander standpunt dan de bestaande categorieën van theorieën. De manager discrimineert niet op basis van voorkeur en heeft complete informatie over de bekwaamheid van zijn werknemers. De reden dat hij toch discrimineert is onzekerheid bij intrinsiek gemotiveerde werknemers over hun bekwaamheid. Het model in dit artikel is van Dur, Kamphorst en Swank (2013). Een manager promoveert één van de twee werknemers die hij onder zijn hoede heeft. Hij kent de bekwaamheid van beide werknemers. De werknemers zijn slechts op de hoogte van de uniforme verdeling van hun bekwaamheid. Zij ontlenen informatie over hun bekwaamheid aan de hand van de promotiebeslissing. Promotie heeft geen verdere gevolgen; zo blijft de baanzekerheid, het loon en het type werk van de werknemers na de promotiebeslissing gelijk. De werknemers zijn intrinsiek gemotiveerd[1] en inspanningsavers. Het leveren van inspanning verschaft hen voldoening, maar brengt ook kosten met zich mee. Hun verwachte bekwaamheid is doorslaggevend voor het optimale inspanningsniveau van de werknemers. De manager heeft als doel om de productie van de organisatie te maximaliseren.

[1] Intrinsiek gemotiveerde werknemers zijn werknemers die het werk zelf interessant of plezierig vinden. De definitie van intrinsieke motivatie komt uit "Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions" van Ryan en Deci (2000).

Met zijn promotiebeslissing kan de manager de verwachtingen van de werknemers over hun bekwaamheid, en daarmee hun bijdrage aan de productie van de organisatie, beïnvloeden. Als de bekwaamheidsverdelingen gelijk zijn en werknemers geen bevoordeling verwachten, heeft hij geen reden om een bepaalde werknemer te bevoordelen in zijn promotiebeslissing. Voor de manager is het dan optimaal om altijd de werknemer met de grootste bekwaamheid te promoveren. De door de werknemers geschatte gezamenlijke bekwaamheid blijft gelijk, onafhankelijk van de promotiebeslissing. Verandering van de promotiebeslissing is een 'zero sum game'. De stijging in de verwachte bekwaamheid van de werknemer die nu gepromoveerd wordt is gelijk aan de daling van de verwachte bekwaamheid van de werknemer die niet langer gepromoveerd wordt.

In dit artikel staat centraal wat er verandert aan de optimale promotieregel als de werknemers wel een voorkeursbeleid verwachten en/of de werknemers verschillende bekwaamheidsverdelingen hebben. De promotiebeslissing is dan niet langer een 'zero sum game'. De effecten voor de optimale promotieregel worden aangetoond aan de hand van het eerder genoemde model van Dur, Kamphorst en Swank (2013), dat in de volgende sectie aan de orde komt. Nieuw aan deze variant is de modeleerwijze van de bij de werknemers bestaande discriminatie- en/of bevoorrechtingsverwachtingen, in het vervolg discriminatieverwachtingen genoemd. Daarnaast is er in dit model plaats voor verschillen in de bekwaamheidsverdelingen van de werknemers. Na een uitleg over de werkwijze van het model volgt een uiteenzetting over de procedure om de effecten op de optimale promotieregel van discriminatie- en/of bevoorrechtingsverwachtingen onder werknemers en verschil in bekwaamheidsverdelingen aan te tonen. De daadwerkelijke analyse van de effecten van discriminatieverwachtingen en verschil in bekwaamheidsverdelingen heeft na deze sectie plaats. Deze analyse bestaat uit drie onderdelen. Eerst wordt het effect op de promotieregel van discriminatieverwachtingen behandeld, daarna het effect van verschillende grenzen van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 en als slot van de analyse het effect van verschillende grenzen van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2. Op basis van deze gegevens worden daarna de conclusies van dit artikel gepresenteerd en komen enkele discussiepunten over het gehanteerde model aan de orde.

2 Het model

Het model in deze sectie is ontleend aan een ongepubliceerd manuscript van Dur, Kamphorst en Swank (2013) met de titel “Don’t demotivate: discriminate!”. Een manager heeft de leiding over twee werknemers $i \in \{1,2\}$. De productie van elke werknemer is gelijk aan $y_i = a_i e_i$, waarbij a_i en e_i staan voor respectievelijk de bekwaamheid en inspanning van werknemer i. De manager neemt de waarden van a_1 en a_2 waar . De werknemers weten slechts dat de waarden van a_1 en a_2 onafhankelijk van elkaar zijn en komen uit een uniforme verdeling, waarvan het interval bekend is.

De manager neemt een promotiebeslissing $m \in \{1,2\}$, waarbij $m = i$ staat voor promotie van werknemer *i*. De werknemers stellen hun verwachtingen over hun bekwaamheid bij aan de hand van de promotiebeslissing. De promotie draagt alleen via deze weg bij aan het nutsniveau van de werknemers.

De werknemers hechten waarde aan de bijdrage die zij verwachten te leveren aan de productie van de organisatie. Het leveren van inspanning is kostbaar. De kosten van inspanning zijn kwadratisch. De nutsfunctie van de werknemers is als volgt:

$$U_i\ (e_i, a_i) = E(a_i\ |m) e_i - \frac{1}{2} e_i^2$$

waarbij $E(a_i\ |m)$ staat voor de verwachting die werknemer *i* heeft over de waarde van zijn bekwaamheid, gegeven de promotiebeslissing van de manager. De werknemers kiezen hun inspanningsniveau, $e_i \geq 0$, om hun nut, U_i, te maximaliseren. Het is voor werknemer *i* optimaal om, gegeven zijn overtuigingen en de promotiebeslissing van de manager, het inspanningsniveau te kiezen dat gelijk is aan de verwachte waarde van zijn bekwaamheid, $e_i = E\ (a_i | m)$.

De manager wil de totale productie van de organisatie maximaliseren. Zijn nutsfunctie is:

$$U_m(e_i, a_i) = \sum_{i=1}^{2} y_i = a_1\, e_1 +\ a_2\, e_2$$

Het tijdsverloop van het model is als volgt. Eerst bepaalt het lot de waarden van a_1 , a_2 en δ. Vervolgens observeert de manager deze waarden. Daarna beslist de manager op basis van deze waarden welke werknemer hij promoveert.

De werknemers stellen dan hun verwachtingen over hun bekwaamheid bij aan de hand van de promotiebeslissing en tot slot bepalen zij in welke mate zij zich inspannen.

Het gehanteerde evenwicht is een perfect Bayesiaans-Nash evenwicht waarbij (i) de strategieën van de werknemers wat betreft de keuze van een inspanningsniveau optimaal zijn, gegeven hun verwachtingen over hun bekwaamheid; (ii) de promotiebeslissing van de manager optimaal is, gegeven de strategieën van de werknemers; en (iii) verwachtingen worden bijgesteld aan de hand van de regel van Bayes.

Dit model is een 'cheap talk game'. In het geval van 'cheap talk' bestaat er altijd een 'babbling' evenwicht, waarbij communicatie tussen de spelers van het spel betekenisloos is. Dergelijke evenwichten blijven buiten beschouwing. In dit artikel komen alleen strategieën aan de orde waarbij de promotiebeslissing afhankelijk is van a_1 en a_2.

3 Methodologie

Discriminatieverwachtingen van de werknemers spelen een belangrijke rol in dit artikel. De werknemers verwachten dat de manager werknemer 1 promoveert als $a_1 > \delta\, a_2$ waarbij de waarde van δ exogeen bepaald is en zich bevindt op het interval $(0,1]$. Als $\delta \neq 1$, verwachten de werknemers dat werknemer 2 wordt gediscrimineerd bij de promotiebeslissing of dat werknemer 1 wordt bevoorrecht. Zij gaan er dus vanuit dat de bekwaamheid van werknemer 2 minder gewaardeerd wordt dan de bekwaamheid van werknemer 1 als $0 < \delta < 1$. Bij $\delta = 1$ verwachten zij een neutrale beoordeling bij de promotiebeslissing. De waarde van δ, de discriminatieverwachting, is bekend bij de manager.

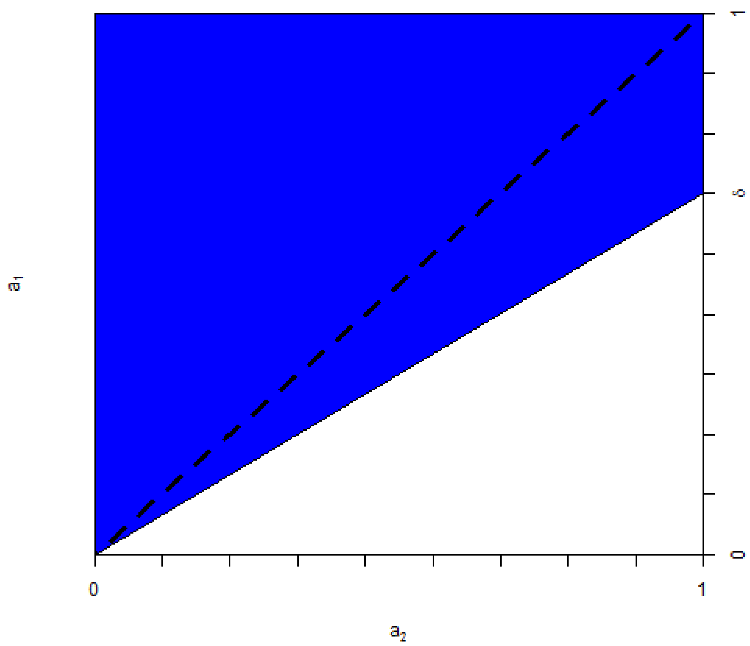
De manager wil de totale productie van de organisatie maximaliseren. Hij zal daarom kiezen voor promotie van werknemer 1 als deze beslissing een grotere totale productie oplevert dan de promotie van werknemer 2:

$$E\,(a_1|m = 1, \delta)a_1 + E\,(a_2|m = 1, \delta)a_2 > E\,(a_1|m = 2, \delta)a_1 + E\,(a_2|m = 2, \delta)a_2$$

Herschrijving geeft:

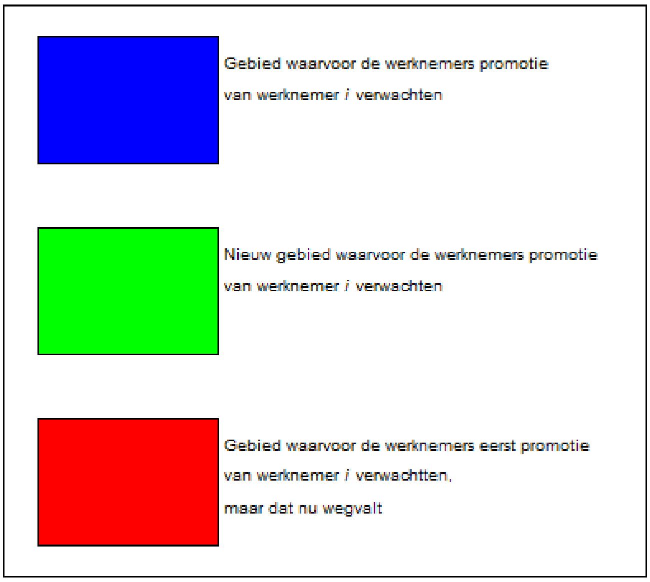
$$a_1 > \tau a_2 met\ \tau = \frac{E\,(a_2|m = 2, \delta) - E\,(a_2|m = 1, \delta)}{E\,(a_1|m = 1, \delta) - E\,(a_1|m = 2, \delta)}$$

τ is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing. Als $\tau < 1$, waardeert de manager de bekwaamheid van werknemer 2 minder dan de bekwaamheid van werknemer 1. Als $\tau > 1$, waardeert de manager de bekwaamheid van werknemer 2 meer dan de bekwaamheid van werknemer 1. Dit artikel beoogt de effecten van verschillende bekwaamheidsverdelingen en het bestaan van discriminatieverwachtingen bij de werknemers op de optimale promotieregel van de manager weer te geven. Deze effecten komen tot uitdrukking in de verandering van de beoordelingsfactor τ. τ is een functie van de door de werknemers verwachte bekwaamheidswaarden van werknemer 1 en 2, gegeven de promotiebeslissing. Voor de berekening van τ is het dus noodzakelijk dat deze verwachte bekwaamheidswaarden bekend zijn. Op basis van een grafische weergave van de door de werknemers verwachte promotieregel kan worden geschat hoe de verwachte bekwaamheidswaarden zich ontwikkelen bij wijziging van de discriminatieverwachtingen of bekwaamheidsverdelingen. In de volgende secties worden aan de hand van deze grafische weergaven proposities afgeleid over de richting waarin de beoordelingsfactor verandert naar aanleiding van een verandering in discriminatieverwachtingen of de bekwaamheidsverdeling van een werknemer. De door de werknemers verwachte promotie van werknemer 1 bij de bekwaamheidsverdeling $[0,1]$ voor beide werknemers en het bestaan van een discriminatieverwachting, waarbij $0 < \delta < 1$ is weergegeven in figuur 1.



Figuur 1 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(0 < \delta < 1)$

De verticale as geeft de bekwaamheid van werknemer 1 aan, de horizontale as de bekwaamheid van werknemer 2. De onderbroken lijn geeft de scheiding aan tussen het verwachte promotiegebied van werknemer 1 en het verwachte promotiegebied van werknemer 2 bij afwezigheid van discriminatieverwachtingen. De waarde van δ in de figuren is arbitrair gekozen en ligt tussen 0 en 1. Voor alle figuren is dezelfde waarde van δ gehanteerd. In de legenda hieronder staat de uitleg van de gebruikte kleuren in de figuren.



Legenda figuur 1 tot en met figuur 16

Om de proposities formeel te kunnen testen is het noodzakelijk de verwachte bekwaamheidswaarden te berekenen en die waarden in de functie van de beoordelingsfactor in te vullen. Aan de hand van de regel van Bayes kunnen de verwachte waarden berekend worden. De beoordelingsfactors van de verschillende bekwaamheidsverdelingen worden vergeleken met de beoordelingsfactor bij gelijke bekwaamheidsverdelingen met het interval $[0,1]$. Op deze manier wordt het effect van een wijziging in de bekwaamheidsverdeling duidelijk.

4 Verwacht voorkeursbeleid

Figuur 1 geeft de verwachte promotieregel weer bij discriminatieverwachtingen, waarbij $0 < \delta < 1$. De werknemers gaan ervan uit dat de manager werknemer 1 promoveert als de combinatie van $a_1$en a_2 binnen het blauwe gebied ligt. Het gebied waarvoor de werknemers promotie verwachten van werknemer 1 bij discriminatieverwachtingen is groter dan dit gebied zonder discriminatieverwachtingen.

Het effect van de introductie van discriminatieverwachtingen wordt zichtbaar door te kijken naar de weging van de mogelijke waarden van a_1 en a_2 bij de berekening van de verwachte waarde van respectievelijk a_1 en a_2 voor beide promotiebeslissingen. Voor de verwachte waarde van a_1 in het geval van promotie van werknemer 1 neemt de weging van relatief kleine waarden van a_1 toe. De weging van de relatief grote waarden van a_2 neemt toe. De verwachte waarde van a_1 bij promotie van werknemer 1 neemt dus af en de verwachte waarde van a_2 neemt toe. Aangezien het inspanningsniveau dat de werknemers kiezen gelijk is aan de verwachte waarde van hun bekwaamheid, kiest werknemer 1 een lagere waarde voor e_1 en werknemer 2 een hogere waarde voor e_2 bij promotie van werknemer 1 dan bij afwezigheid van discriminatieverwachtingen.

Het witte gebied, waarvoor de werknemers promotie van werknemer 2 verwachten, is kleiner bij discriminatieverwachtingen. Het gewicht van de relatief kleine waarden van a_1 voor de berekening van de verwachte waarde stijgt. De weging van de waarden van a_2 blijft onveranderd. De verwachte waarde van a_2 bij promotie van werknemer 2 blijft dus hetzelfde als bij afwezigheid van bevoordelingsverwachtingen. Bij promotie van werknemer 2 kiest werknemer 1 dus een lagere waarde voor e_1 en werknemer 2 dezelfde waarde voor e_2 in vergelijking met de situatie zonder discriminatieverwachtingen onder de werknemers.

De verwachte waarde van a_2 verandert bij de introductie van discriminatieverwachtingen niet bij de promotie van werknemer 2 en neemt toe bij de promotie van werknemer 1. Dit maakt de promotie van werknemer 1 voor de manager aantrekkelijker. De verwachte waarde van a_1 neemt af voor beide promotiebeslissingen. Het gebied dat bij het bestaan van discriminatieverwachtingen verdwijnt als verwacht promotiegebied van werknemer 2 is gelijk aan het toegevoegde gebied bij het verwachte promotiegebied van werknemer 1.

Het negatieve effect op de verwachte waarde van a_1 is groter voor de promotie van werknemer 2 dan voor de promotie van werknemer 1. De bijkomende combinaties van a_1 en a_2 waarvoor de werknemers promotie van werknemer 1 verwachten, hebben namelijk een kleinere impact op de verwachte waarde van a_1 bij de promotie van werknemer 1 dan bij de promotie van werknemer 2, omdat ze bij de promotie van werknemer 1 meegewogen worden met meer combinaties van a_1 en a_2 dan bij de promotie van werknemer 2. Het negatieve effect op de verwachte waarde van a_1 is daarom kleiner voor de promotie van werknemer 1 dan voor de promotie van werknemer 2. Promotie van werknemer 1 wordt daarom aantrekkelijker voor de manager bij discriminatieverwachtingen. Het formele bewijs van deze stelling volgt onder propositie 1.

Propositie 1 *De manager maximaliseert de totale productie door bij de promotiebeslissing werknemer 1 te bevoordelen als de werknemers bevoordeling van werknemer 1 verwachten en de bekwaamheidsintervallen van beide werknemers gelijk zijn.*

Bewijs: a_1 en a_2 komen uit een uniforme verdeling met het interval [0,1]. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau a_2 met\ \tau = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

De verwachte waarden van de bekwaamheid van werknemers 1 en 2 worden, gegeven de promotiebeslissing m en de verwachte discriminatiefactor δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3 - \delta^2}{3(2 - \delta)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{3 - 2\delta}{3(2 - \delta)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2}{3}$$

Substitutie door deze functies in τ leidt tot:

$$\tau = \frac{1}{3 - 2\delta}$$

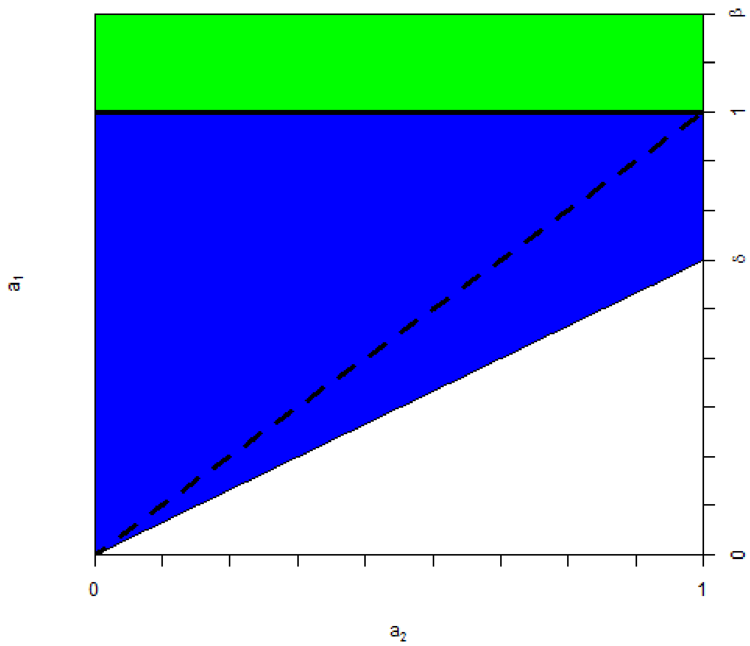
$\tau < 1$ voor $0 < \delta < 1$. De manager maximaliseert dus de productie van de organisatie door werknemer 1 bij de promotiebeslissing te bevoordelen als de werknemers discriminatie van werknemer 2 verwachten. **Q.E.D.**

Er zijn twee evenwichten waarvoor de promotieregel van de manager consistent is met de verwachtingen van de werknemers ($\tau = \delta$), namelijk voor $\delta = \frac{1}{2}$ en $\delta = 1$. In het vervolg van dit artikel komt aan de orde dat een verschil in de bekwaamheidsverdelingen de optimale beoordelingsfactor van de manager verandert. Dit heeft ook een gevolg voor de waarden van δ en τ in het evenwicht. Dit artikel richt de aandacht op het oorspronkelijke evenwicht $\delta = \frac{1}{2}$; het effect van een verandering in de bekwaamheidsverdeling voor het evenwicht $\delta = 1$ blijft buiten beschouwing. Er is sprake van een evenwicht als de beoordelingsfactor die de manager hanteert gelijk is aan de discriminatieverwachtingen van de werknemers. Een verhoging van de beoordelingsfactor betekent dat het voor de manager optimaal is om, voor elke δ en voor alle combinaties van bekwaamheden van de werknemers, de bekwaamheid van werknemer 2 positiever te beoordelen. Dit verschuift daarom het evenwicht naar boven, waarbij de manager minder discrimineert ten faveure van werknemer 1. Een verlaging van de beoordelingsfactor heeft het omgekeerde effect. Voor alle discriminatieverwachtingen en elke combinatie van a_1 en a_2 is het optimaal voor de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever te beoordelen. Daarom vindt een verschuiving van het evenwicht naar beneden plaats, waarbij de manager meer discrimineert ten faveure van werknemer 1. Voor het vervolg van dit artikel betekent dit dat voor een stijging/daling in de optimale beoordelingsfactor ook een stijging/daling van de discriminatie in het evenwicht kan worden gelezen.

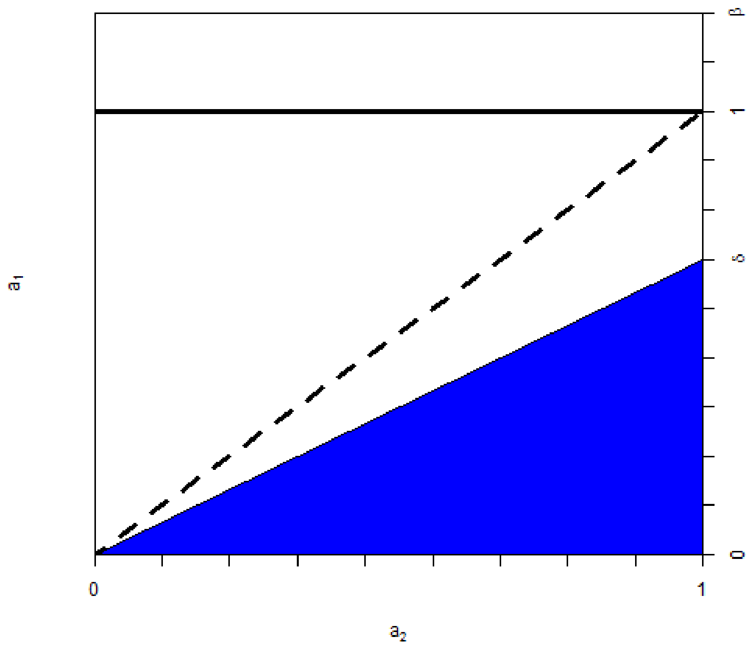
5 Verschillende bekwaamheidsverdelingen werknemer 1

Hogere bovengrens

Stel dat a_1 uit de uniforme distributie $[0, \beta]$, met $\beta > 1$, komt en a_2 afkomstig is uit de uniforme distributie $[0{,}1]$. De werknemers gaan uit van de discriminatieverwachting δ. De door de werknemers verwachte promotieregel is weergegeven in figuur 2 en 3. De onzekerheid over de combinatie van waarden a_1 en a_2 bij promotie van werknemer 1 is toegenomen, omdat a_1 nu ook een waarde tussen 1 en β kan aannemen. Door de hogere bovengrens van de distributie stijgt de verwachte waarde van a_1 bij promotie van werknemer 1. Ook neemt voor de berekening van de verwachte waarde van a_2 bij promotie van werknemer 1 het gewicht van de relatief grote waarden toe. De verwachte waarden van a_1 en a_2 bij promotie van werknemer 2 veranderen niet.



Figuur 2 Verwacht promotiegebied werknemer 1 ($\beta > 1$)



Figuur 3 Verwacht promotiegebied werknemer 2 ($\beta > 1$)

Door de gestegen verwachte waarde van a_1 en a_2 is promotie van werknemer 1 voor de manager lucratiever geworden. Een hogere bovengrens van de distributie van a_1 zorgt voor een grotere prikkel voor de manager om werknemer 2 te benadelen bij de promotiebeslissing. De beoordelingsfactor neemt daarom toe bij een hogere bovengrens van de verdeling van a_1, zoals formeel is weergegeven onder propositie 2.

Propositie 2 *Een verhoging van de bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: a_1 komt uit een uniforme verdeling met het interval $[0, \beta]$ met $\beta > 1$ en a_2 uit een uniforme verdeling tussen $[0,1]$. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_1^{hb} a_2 met\ \tau_1^{hb} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

τ_1^{hb} is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien het bekwaamheidsinterval van werknemer 1[2] een hogere bovengrens heeft dan het bekwaamheidsinterval van werknemer 2. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3\beta^2 - \delta^2}{3(2\beta - \delta)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{3\beta - 2\delta}{3(2\beta - \delta)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2}{3}$$

Substitutie door deze functies in τ_1^{hb} leidt tot:

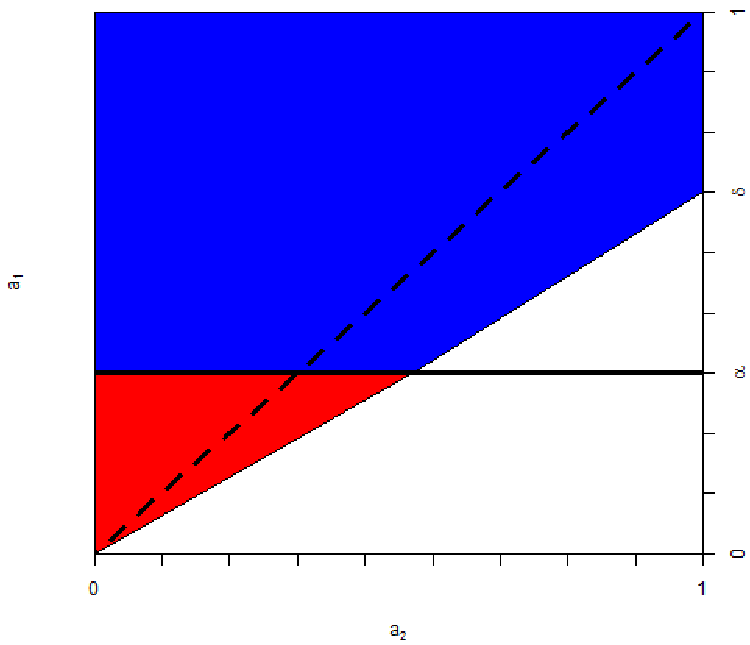
$$\tau_1^{hb} = \frac{1}{3\beta - 2\delta}$$

$\tau_1^{hb} < \tau$ voor $\beta > 1$. Dus de manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever bij de promotiebeslissing als het bekwaamheidsinterval van werknemer 1 een hogere bovengrens heeft. **Q.E.D.**

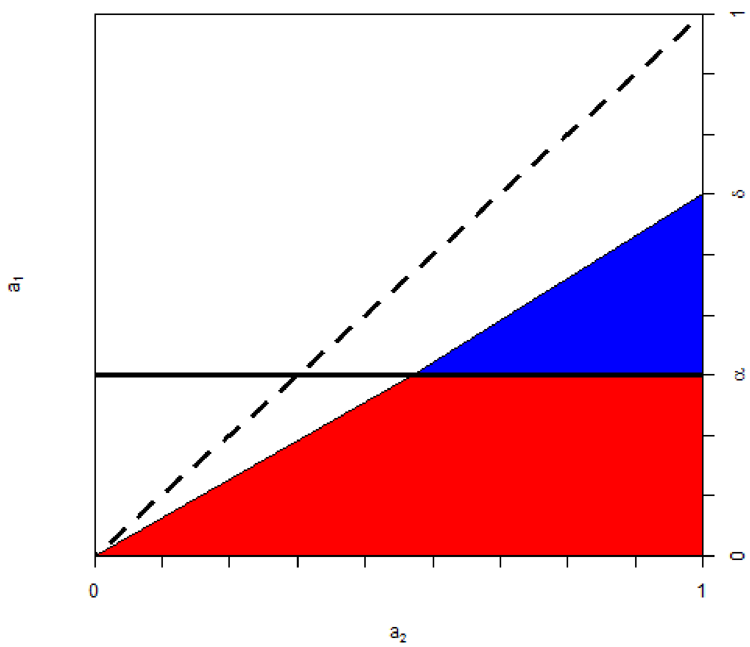
Hogere ondergrens

Ga er nu vanuit dat a_1 afkomstig is uit de distributie $[\alpha, 1]$ met $\alpha > 0$ en a_2 nog steeds uit de verdeling [0,1] komt. Als $\alpha > \delta$, gaan de werknemers ervan uit dat de promotie van werknemer 1 een zekerheid is. De promotiebeslissing verschaft de werknemers dan geen informatie over hun bekwaamheid. Het te kiezen inspanningsniveau is in dit geval onafhankelijk van de promotiebeslissing. Deze mogelijkheid komt in dit artikel verder niet aan bod. Dit beperkt de analyse tot $0 < \alpha < \delta$. In de figuren 4 en 5 is de verwachte promotieregel bij een hogere ondergrens voor a_1 weergegeven.

[2] In het vervolg wordt het bekwaamheidsinterval van werknemer i ook aangeduid als bekwaamheidsinterval i.



Figuur 4 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(0 < \alpha < \delta)$



Figuur 5 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(0 < \alpha < \delta)$

Door de hogere ondergrens van de distributie van a_1 stijgen de verwachte waarde van a_1 en a_2, gegeven de promotie van werknemer 1. In vergelijking met de distributie [0,1] worden de waarden tussen 0 en α immers niet meegewogen voor de berekening van de verwachte waarde van a_1.

Voor de berekening van de verwachte waarde van a_2 bij promotie van werknemer 1 neemt het gewicht van de relatief grote waarden toe. Voor de verwachte waarden van a_1 en a_2 bij promotie van werknemer 2 gaat hetzelfde verhaal op, zoals blijkt uit figuur 5. Voor elke promotiebeslissing van de manager heeft een hogere ondergrens van de verdeling van a_1 dus een positief effect op de verwachte waarden van a_1 en a_2.

Voor beide promotiebeslissingen vervallen de waarden van a_1 onder α voor de berekening van de verwachte waarden van a_1. Dit positieve effect op de verwachte waarde van a_1 is groter bij de promotie van werknemer 2, omdat voor deze promotiebeslissing de waarden van a_1 onder α een groter gewicht hadden. Door de hogere ondergrens krijgen de kleine waarden van a_2 bij de promotie van werknemer 1 minder gewicht voor de berekening van de verwachte waarden. Voor de promotie van werknemer 2 worden de kleinste waarden van a_2 helemaal niet meegewogen. Ook voor a_2 is het positieve effect op de verwachte waarde dus groter bij de promotie van werknemer 2. Daarom promoveert de manager werknemer 2 relatief gemakkelijker als bekwaamheidsinterval 1 een hogere ondergrens heeft. Een formele weergave van deze analyse volgt onder propositie 3.

Propositie 3 *Een verhoging van de ondergrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 positiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: a_1 komt uit een uniforme verdeling met het interval $[\alpha, 1]$ met $0 < \alpha < \delta$ en a_2 uit een uniforme verdeling tussen [0,1]. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_1^{ho} a_2 met\ \tau_1^{ho} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

τ_1^{ho} is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien het bekwaamheidsinterval van werknemer 1 een hogere ondergrens heeft dan het bekwaamheidsinterval van werknemer 2. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{2(\delta^2 + \alpha(\alpha + \delta))(\delta - \alpha) + 3\delta(1 - \delta)(1 + \delta)}{3(\delta(2 - \delta) - \alpha^2)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{2\alpha + \delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{(\delta^2 + \alpha(\alpha + \delta))(\delta - \alpha) + 3\delta^2(1 - \delta)}{3(\delta(2 - \delta) - \alpha^2)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{\alpha + 2\delta}{3\delta}$$

Substitutie door deze functies in τ_1^{ho} leidt tot:

$$\tau_1^{ho} = \frac{(\delta + 2\alpha)}{(3\delta - 2\delta^2 - \alpha\delta)}$$

$\tau_1^{ho} > \tau$ voor $0 < \alpha < \delta$. Dus de manager beoordeelt een eenheid bekwaamheid van werknemer 2 positiever als bekwaamheidsverdeling 1 een hogere ondergrens heeft. **Q.E.D.**

Voor bepaalde combinaties van waarden van α en δ is het voor de manager zelfs optimaal om werknemer 2 te bevoordelen. Als $\tau_1^{ho} > 1$, bevoordeelt de manager werknemer 2 bij de promotiebeslissing ten opzichte van werknemer 1. Bevoordeling van werknemer 2 vindt plaats als:

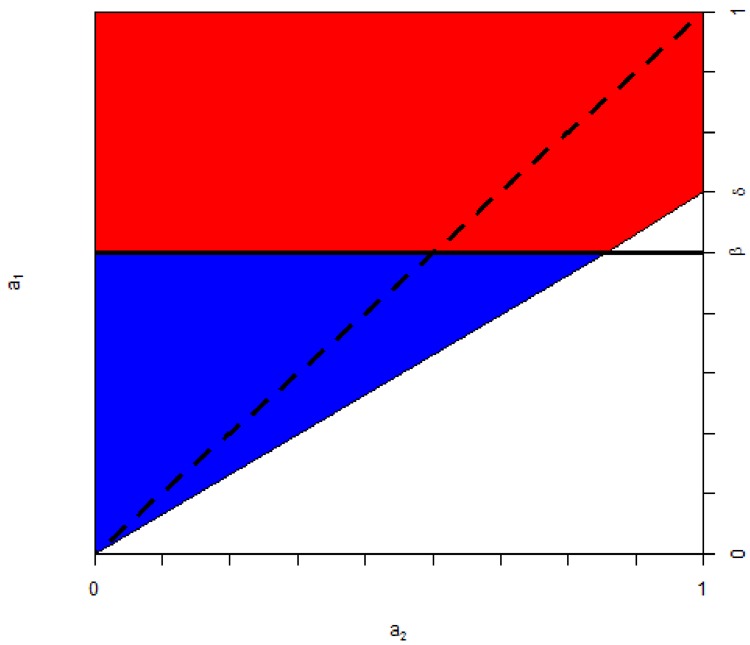
$$\alpha > \frac{2\delta(1 - \delta)}{(\delta + 2)}$$

Lagere bovengrens

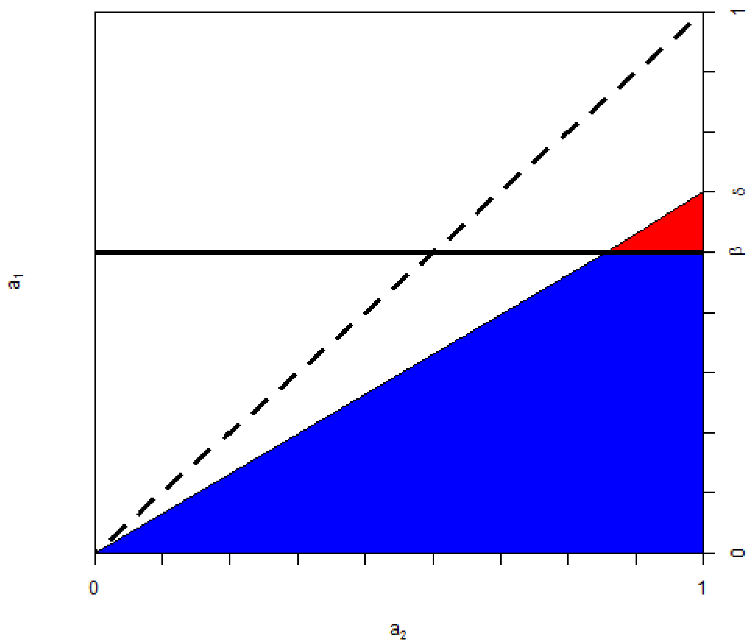
Tot nu toe kwamen situaties aan de orde waarbij a_1 uit een betere distributie kwam dan a_2. Er kan natuurlijk ook sprake zijn van het omgekeerde geval. Zo kan de verdeling van a_1 een lagere bovengrens hebben dan de verdeling van a_2. Bij deze situatie dient een onderscheid te worden gemaakt tussen het geval waarbij de bovengrens van het bekwaamheidsinterval van werknemer 1 boven δ ligt en het geval waarbij de bovengrens onder δ ligt.

De figuren 6 en 7 geven de situatie weer waarbij a_1 uit de distributie $[0, \beta]$ komt met $0 < \beta < \delta$. De verdeling van a_2 blijft $[0,1]$. De waarden van a_1 tussen β en 1 worden niet langer meegewogen, waardoor de verwachte waarde van a_1 voor de promotie van werknemer 1 afneemt. Ook de verwachte waarde van a_2 bij de promotie van werknemer 1 neemt af, omdat de relatief grote waarden van a_2 niet langer worden meegewogen of een lager gewicht krijgen. Figuur 7 geeft weer dat de verwachte waarden van a_1 en a_2 ook afnemen bij promotie van werknemer 2.

De waarden van a_1 tussen β en 1 vervallen immers en de relatief grote waarden van a_2 krijgen een minder groot gewicht bij de berekening van de verwachte waarde. Ongeacht de promotiebeslissing van de manager nemen de verwachte waarden van a_1 en a_2 dus af. Een vergelijking van figuur 6 en 7 leert dat het negatieve effect bij promotie van werknemer 1 groter is dan bij promotie van werknemer 2, omdat de relatief grote waarden bij promotie van werknemer 1 meer gewicht verliezen bij de berekening van de verwachte waarden dan bij promotie van werknemer 2. Het wordt voor de manager daarom interessanter om werknemer 2 te promoveren.

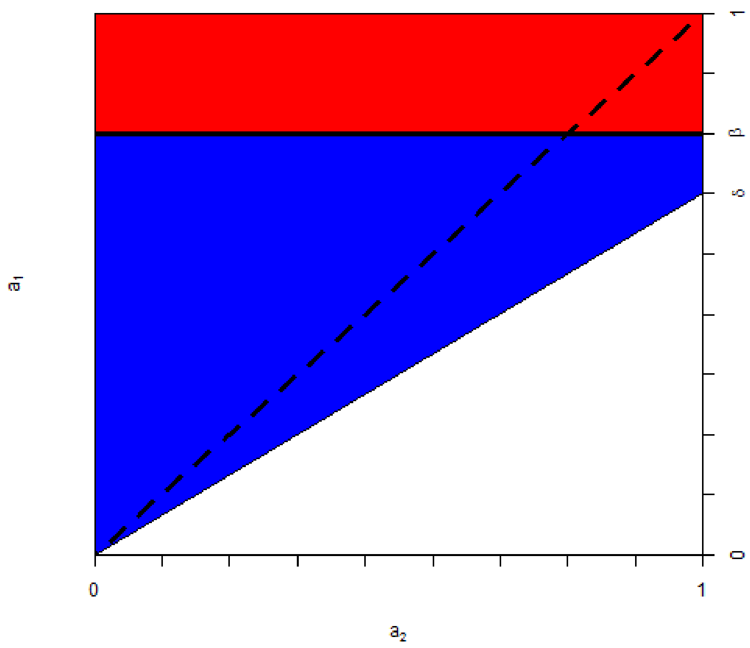


Figuur 6 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(0 < \beta < \delta)$

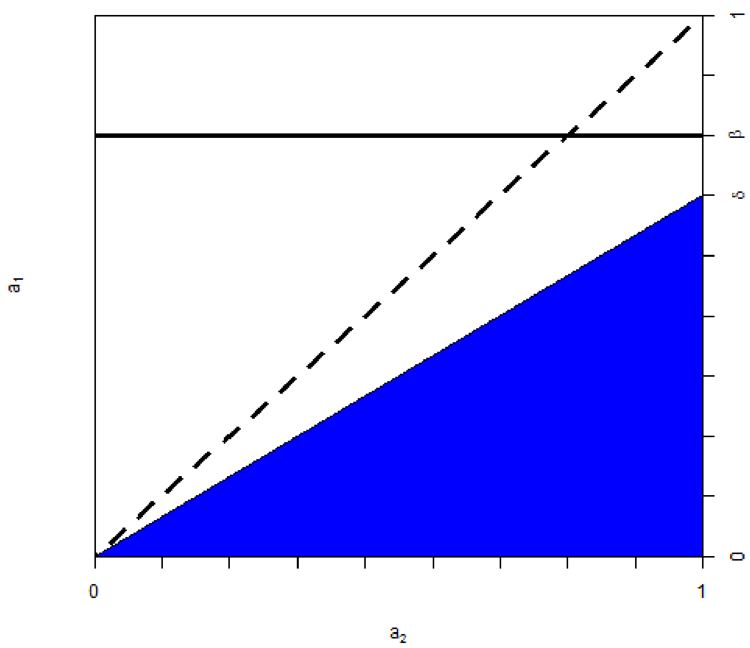


Figuur 7 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(0 < \beta < \delta)$

Ga er nu vanuit dat a_1 de verdeling $[0, \beta]$ heeft met $\delta < \beta < 1$ en a_2 de distributie $[0,1]$ behoudt, zoals grafisch weergegeven in figuur 8. De waarden tussen β en 1 vallen weg voor de berekening van de verwachte waarde van a_1 bij promotie van werknemer 1. Ook de verwachte waarde van a_2 daalt bij promotie van werknemer 1, omdat de relatief grote waarden van a_2 minder zwaar doorwegen. In het geval van promotie van werknemer 2 verandert er niets ten opzichte van de situatie waarbij a_1 uit het interval $[0,1]$ komt, zoals weergegeven in figuur 9. De verwachte bekwaamheidswaarden van de werknemers dalen dus bij promotie van werknemer 1, terwijl ze niet veranderen bij de promotie van werknemer 2. Dit maakt de promotie van werknemer 2 interessanter voor de manager.



Figuur 8 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(\delta < \beta < 1)$



Figuur 9 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(\delta < \beta < 1)$

Een lagere bovengrens van het bekwaamheidsinterval van werknemer 1 heeft dus een negatief effect op de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing. Dit geldt zowel voor een bovengrens tussen 0 en δ als een bovengrens tussen δ en 1. Onder propositie 4 volgt het formele bewijs van deze beschouwing.

Propositie 4 *Een verlaging van de bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 positiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: Een lagere ondergrens van de bekwaamheidsdistributie van werknemer 1 kan zich bevinden tussen δ en 1 en tussen 0 en δ. Bij deze eerste mogelijkheid komt a_1 uit een uniforme distributie met het interval $[0, \beta]$ met $\delta < \beta < 1$ en a_2 uit een uniforme verdeling tussen $[0,1]$. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_1^{lb>\delta} a_2 \ met \ \tau_1^{lb>\delta} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

$\tau_1^{lb>\delta}$ is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien bekwaamheidsverdeling 1 een lagere bovengrens heeft dan bekwaamheidsverdeling 2, waarbij $\delta < \beta < 1$. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes. De functies van de verwachte waarden zijn gelijk aan de functies bij een hogere bovengrens van het interval van a_1, zoals al is weergegeven onder propositie 2:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3\beta^2 - \delta^2}{3(2\beta - \delta)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{3\beta - 2\delta}{3(2\beta - \delta)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2}{3}$$

Substitutie door deze functies in $\tau_1^{lb>\delta}$ leidt tot:

$$\tau_1^{lb>\delta} = \frac{1}{3\beta - 2\delta}$$

$\tau_1^{lb>\delta} > \tau$ voor $\beta < 1$. Dus de manager beoordeelt een eenheid bekwaamheid van werknemer 2 positiever als het bekwaamheidsinterval van werknemer 1 een lagere bovengrens heeft met $\delta < \beta < 1$.

Voor de variant waarbij de bovengrens van de verdeling van α_1 zich tussen 0 en δ bevindt, geldt een uniforme verdeling van α_1 met het interval $[0,\beta]$ waarbij $0 < \beta < \delta$. Het bekwaamheidsinterval van α_2 blijft uniform verdeeld tussen [0,1]. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_1^{lb<\delta} a_2 met\ \tau_1^{lb<\delta} = \frac{E\ (a_2|m=2,\delta) - E\ (a_2|m=1,\delta)}{E\ (a_1|m=1,\delta) - E\ (a_1|m=2,\delta)}$$

$\tau_1^{lb<\delta}$ is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 een lagere bovengrens heeft dan de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2, waarbij $0 < \beta < \delta$. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m=1,\delta) = \frac{2\beta}{3}$$

$$E\ (a_1|m=2,\delta) = \frac{\beta(3\delta-2\beta)}{3(2\delta-\beta)}$$

$$E\ (a_2|m=1,\delta) = \frac{\beta}{3\delta}$$

$$E\ (a_2|m=2,\delta) = \frac{3\delta^2-\beta^2}{3\delta(2\delta-\beta)}$$

Substitutie door deze functies in $\tau_1^{lb<\delta}$ leidt tot:

$$\tau_1^{lb<\delta} = \frac{3\delta-2\beta}{\beta\delta}$$

$\tau_1^{lb<\delta} > \tau$ voor $0 < \beta < \delta$. Dus de manager beoordeelt een eenheid bekwaamheid van werknemer 2 positiever als de bekwaamheidsverdeling van werknemer 1 een lagere bovengrens heeft, waarbij $0 < \beta < \delta$. **Q.E.D.**

Voor bepaalde combinaties van β en δ is het voor de manager zelfs optimaal om werknemer 2 te bevoordelen. Als $\tau_1^{lb>\delta} > 1$, bevoordeelt de manager werknemer 2 bij de promotiebeslissing ten opzichte van werknemer 1. Bevoordeling van werknemer 2 vindt plaats als:

$$\beta < \frac{1+2\delta}{3}$$

Ook voor $\tau_1^{lb<\delta} > 1$, bevoordeelt de manager werknemer 2 bij de promotiebeslissing ten opzichte van werknemer 1. Dit heeft plaats als:

$$\beta < \frac{3\delta}{\delta + 2}$$

Lagere ondergrens

Als $[0,1]$ het bekwaamheidsinterval van werknemer 2 is en de distributie van a_1 een lagere ondergrens heeft, is een negatieve bekwaamheid van werknemer 1 mogelijk. In een dergelijke situatie levert werknemer 1 een negatieve bijdrage aan de productie van de organisatie. De manager heeft dan ook een belang deze werknemer zo min mogelijk inzet te laten vertonen. Deze situatie vereist een andere methode om de voor de manager optimale promotiebeslissing te bepalen. Distributies met negatieve ondergrenzen blijven om die reden buiten beschouwing in dit artikel. Van een positieve, lagere ondergrens van bekwaamheidsverdeling 1 is sprake bij een positieve, hogere ondergrens van bekwaamheidsverdeling 2. Dit komt aan de orde in sectie 6.

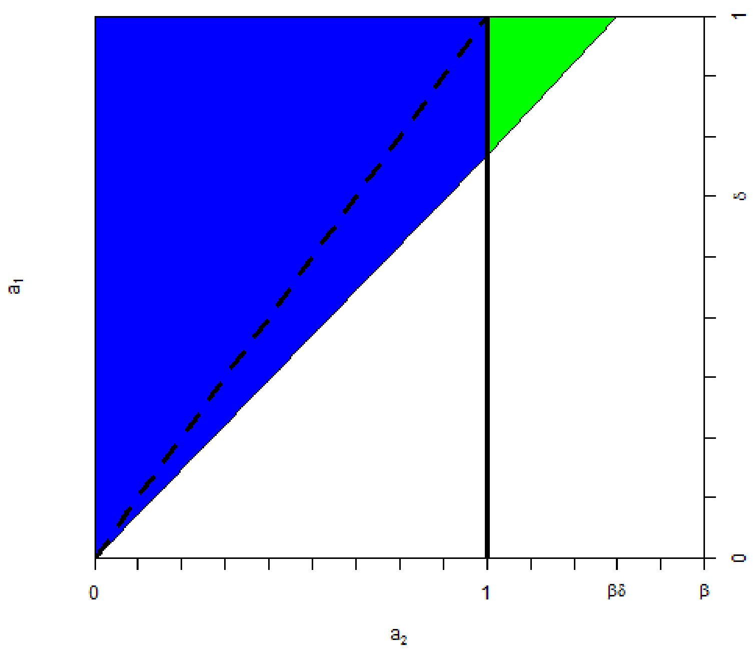
6 Verschillende bekwaamheidsintervallen werknemer 2

In deze sectie staat het effect van verschillen in de bekwaamheidsverdelingen van werknemer 2 op de promotiebeslissing van de manager centraal. Op het eerste oog lijkt een hogere bovengrens van bekwaamheidsinterval 1 hetzelfde als een lagere bovengrens van bekwaamheidsinterval 2. De beoordelingsfactors veranderen inderdaad in dezelfde richting door deze effecten. Een verhoging van de bovengrens van bekwaamheidsverdeling 1 levert echter niet dezelfde beoordelingsfactor op als een gelijke verlaging van de bovengrens van bekwaamheidsverdeling 2. De reden hiervoor is dat in het eerste geval de verdeling groter wordt, terwijl de verdeling in het tweede geval kleiner wordt. De onzekerheid over de verwachte waarden van a_1 en a_2 neemt dus toe in het eerste geval en af in het tweede geval. Dit heeft invloed op de waarde van de beoordelingsfactor, die immers een functie is van de verwachte waarden van a_1 en a_2 bij de promotiebeslissingen.

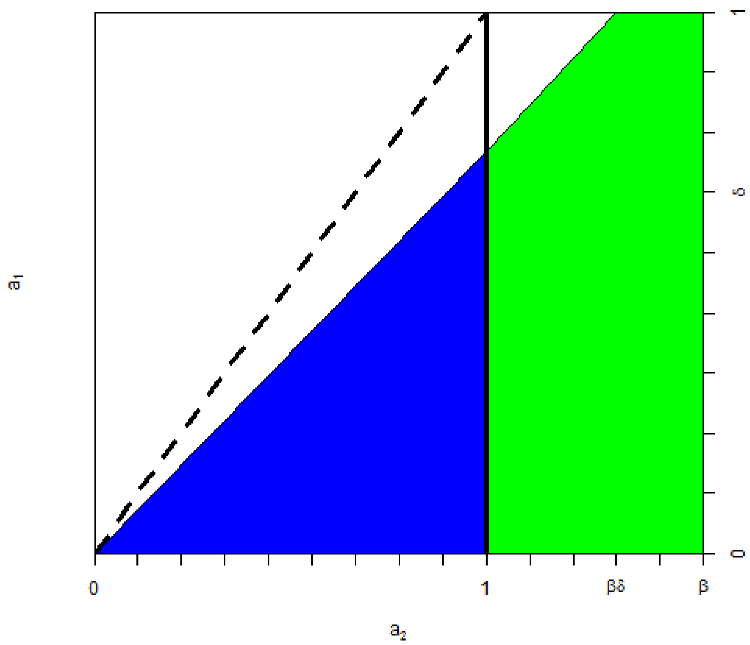
Hogere bovengrens

Net als bij de situatie waarbij a_1 een lagere bovengrens heeft, zijn er in dit geval twee manieren van een hogere bovengrens van a_2 te onderscheiden die een verschillend effect hebben op de beoordelingsfactor.

Ten eerste kan de bovengrens β van bekwaamheidsverdeling 2 groter zijn dan $\frac{1}{\delta}$. Deze mogelijkheid is weergegeven in de figuren 9 en 10. De verwachte waarde van a_1 en a_2 nemen toe bij de promotie van werknemer 1. Voor a_2 worden ook waarden boven 1 in de berekening betrokken, waardoor de verwachte waarde van a_2 stijgt. Bij de verwachte waarde van a_1 krijgen de relatief grote waarden een zwaardere weging. Dit doet de verwachte waarde van a_1 stijgen. Promotie van werknemer 2 zorgt ook voor een stijging van de verwachte waarden van a_1 en a_2. Bij a_2 wordt deze stijging veroorzaakt omdat nu ook waarden van a_2 boven 1 meewegen. Promotie van werknemer 2 wordt ook mogelijk voor de grootste waarden van a_1, waardoor de verwachte waarde van a_1 bij promotie van werknemer 2 toeneemt.

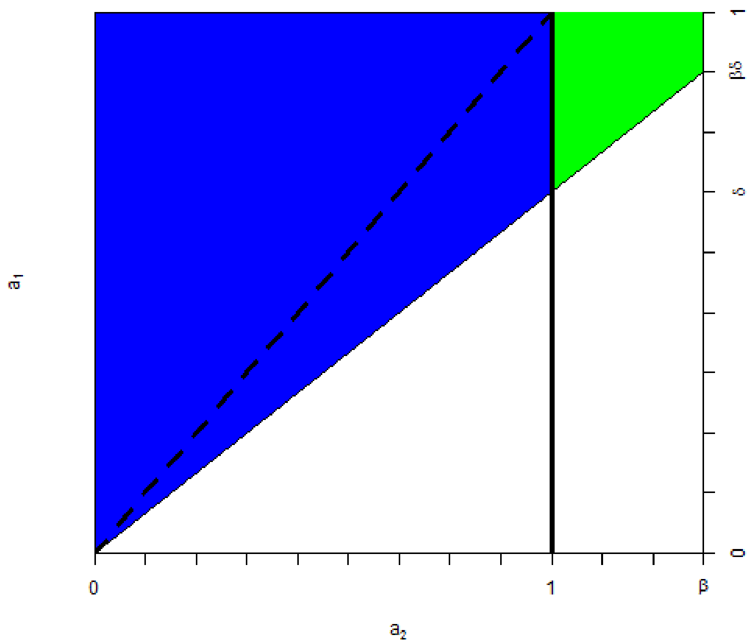


Figuur 9 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(\beta > \frac{1}{\delta})$

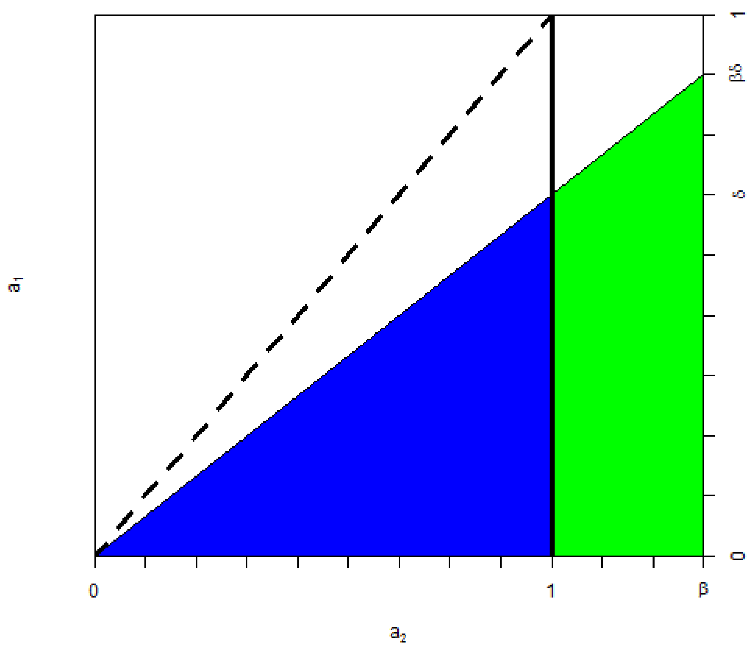


Figuur 10 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(\beta > \frac{1}{\delta})$

De bekwaamheidsverdeling van werknemer 2 kan ook een hogere bovengrens hebben die zich tussen 1 en $\frac{1}{\delta}$ bevindt. Het effect op de verwachte waarden van a_1 en a_2 verschilt dan, omdat promotie van werknemer 1 nu nog mogelijk is voor de grootste waarden van a_2. Dit blijkt uit figuur 11. Bij promotie van werknemer 1 neemt de verwachte waarde van a_1 toe, omdat de relatief grote waarden meer gewicht krijgen. Ook voor a_2 neemt de verwachte waarde toe, omdat waarden tussen 1 en β nu ook in de berekening worden betrokken. Bij de promotie van werknemer 2 stijgen de verwachte waarden om dezelfde reden, zoals blijkt uit figuur 12.



Figuur 11 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(1 < \beta < \frac{1}{\delta})$



Figuur 12 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(1 < \beta < \frac{1}{\delta})$

Aan de figuren is niet te zien of het positieve effect op de verwachte waarden van a_1 en a_2 groter is voor de promotie van werknemer 1 of de promotie van werknemer 2. In de vorige sectie kwam echter naar voren dat een lagere bovengrens van bekwaamheidsinterval 1 een positief effect heeft op de beoordelingsfactor.

Een hogere bovengrens van de bekwaamheidsverdeling 2 zorgt er dan ook voor dat de manager de bekwaamheid van werknemer 2 positiever beoordeelt bij de promotiebeslissing. Het formele bewijs hiervan volgt onder propositie 5.

Propositie 5 *Een verhoging van de bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2 prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 positiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: Stel dat a_1 uit een uniforme distributie komt met het interval $[0,1]$ en a_2 de uniforme distributie $[0, \beta]$ heeft, met $\beta > \frac{1}{\delta}$. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}} a_2 met\ \tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

$\tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}}$ is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien het bekwaamheidsinterval van werknemer 2 een hogere bovengrens heeft dan het bekwaamheidsinterval van werknemer 1, waarbij $\beta > \frac{1}{\delta}$. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{2}{3}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{3\beta\delta - 2}{3(2\beta\delta - 1)}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{1}{3\delta}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{3(\beta\delta)^2 - 1}{3\delta(2\beta\delta - 1)}$$

Substitutie door deze functies in $\tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}}$ leidt tot:

$$\tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}} = \frac{3\beta\delta - 2}{\delta}$$

$\tau < 1 < \tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}}$. Dus de manager bevoordeelt werknemer 2 altijd bij de promotiebeslissing.

Bij de tweede variant van de hogere bovengrens van bekwaamheidsinterval 2 geldt de uniforme distributie $[0, \beta]$ met $1 < \beta < \frac{1}{\delta}$ voor a_2 en de uniforme distributie [0,1] voor a_1. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} a_2 met\ \tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

$\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}}$ is de beoordelingsfactor die de manager hanteert bij de promotiebeslissing indien bekwaamheidsverdeling 2 een hogere bovengrens heeft dan bekwaamheidsverdeling 1, waarbij $1 < \beta < \frac{1}{\delta}$. De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3 - (\beta\delta)^2}{3(2 - \beta\delta)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\beta\delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{\beta(3 - 2\beta\delta)}{3(2 - \beta\delta)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2\beta}{3}$$

Substitutie door deze functies in $\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}}$ leidt tot:

$$\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} = \frac{\beta}{3 - 2\beta\delta}$$

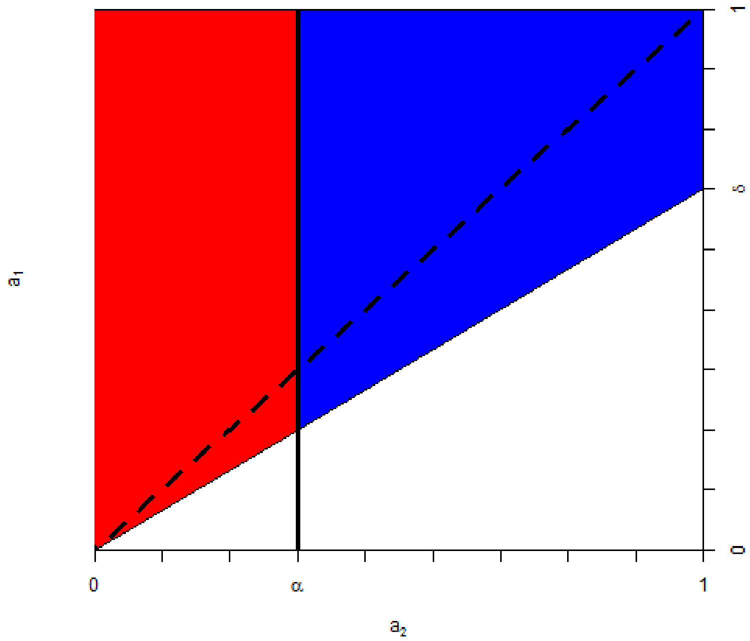
$\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} > \tau$. Dus de manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 positiever als bekwaamheidsinterval 2 een hogere bovengrens heeft, waarbij $1 < \beta < \frac{1}{\delta}$. **Q.E.D.**

Als $\tau^{lb<\delta} > 1$, bevoordeelt de manager werknemer 2 bij de promotiebeslissing ten opzichte van werknemer 1. Bevoordeling van werknemer 2 vindt plaats als:

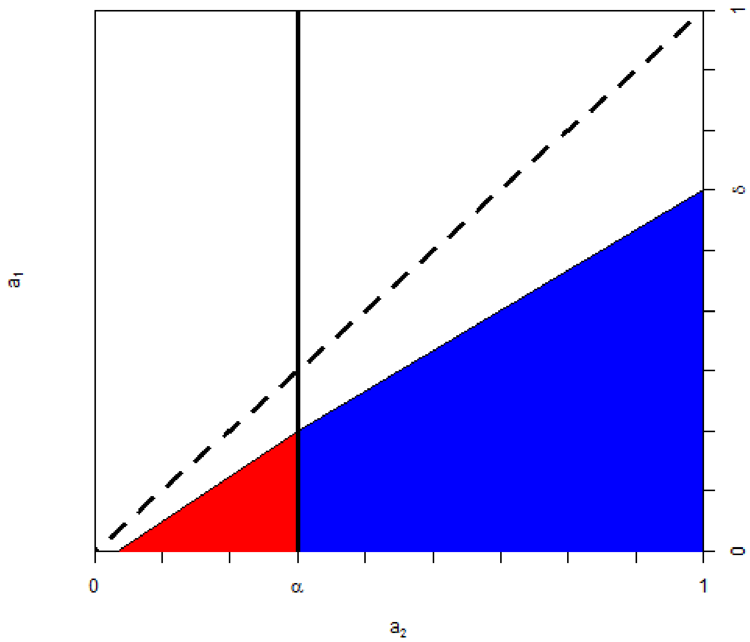
$$\beta > \frac{3}{1 + 2\delta}$$

Hogere ondergrens

In de vorige sectie werd duidelijk dat een hogere ondergrens van het bekwaamheidsinterval 1 een positief effect heeft op de beoordelingsfactor. Naar analogie heeft een hogere ondergrens van de verdeling van a_2 een negatief effect op de beoordelingsfactor. Een grafische analyse onderstreept dat. In de figuren 13 en 14 is deze situatie weergegeven, waarbij a_2 uit de uniforme distributie $[\alpha, 1]$ komt met $0 < \alpha < 1$ en a_1 uit de uniforme distributie $[0,1]$. Door de hogere ondergrens nemen de verwachte waarden van a_1 en a_2 toe bij zowel promotie van werknemer 1 als promotie van werknemer 2. Door de hogere ondergrens verwachten de werknemers dat promotie van werknemer 1 onmogelijk wordt voor de kleinste waarden van a_1. Bovendien neemt de weging van relatief grote waarden van a_1 toe bij de berekening van de verwachte waarde. Voor de berekening van de verwachte waarde van a_2 bij promotie van werknemer 1 verdwijnen de waarden onder α. Dit positieve effect op de verwachte waarden is groter bij de promotie van werknemer 1 dan bij de promotie van werknemer 2. In het geval van promotie van werknemer 2 verdwijnen ook de waarden van a_2 onder α, maar deze waarden hadden al een gering gewicht bij de berekening van de verwachte a_2. De kleinere waarden van a_1 nemen in gewicht af, maar dit effect is niet zo groot als bij de promotie van werknemer 1. De manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 daarom negatiever als de ondergrens van bekwaamheidsverdeling 2 is verhoogd. Het formele bewijs hiervoor volgt onder propositie 6.



Figuur 13 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(0 < \alpha < 1)$



Figuur 14 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(0 < \alpha < 1)$

Propositie 6 *Een verhoging van de ondergrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2 maakt prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: a_2 komt uit een uniforme verdeling met het interval $[\alpha, 1]$ met $0 < \alpha < 1$ en a_1 uit een uniforme verdeling tussen [0,1]. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_2^{ho} a_2 met\ \tau_2^{ho} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3 - \delta^2(\alpha(\alpha + 1) + 1)}{6 - 3\delta(\alpha + 1)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\delta(\alpha(\alpha + 1) + 1)}{3(\alpha + 1)}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{3(\alpha + 1) - 2\delta(\alpha(\alpha + 1) + 1)}{6 - 3\delta(\alpha + 1)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2(\alpha(\alpha + 1) + 1)}{3(\alpha + 1)}$$

Substitutie door deze functies in τ_2^{ho} leidt tot:

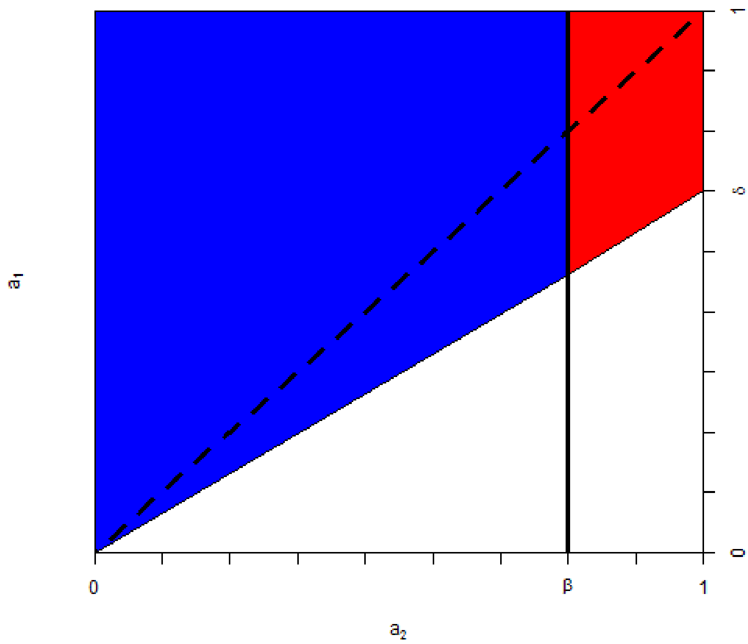
$$\tau_2^{ho} = \frac{(\alpha - 1)^2}{(3 - 2\alpha\delta)(\alpha + 1) - 2\delta}$$

$\tau_2^{ho} < \tau$ voor $0 < \alpha < 1$. Dus de manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever als bekwaamheidsverdeling 2 een hogere ondergrens heeft. **Q.E.D.**

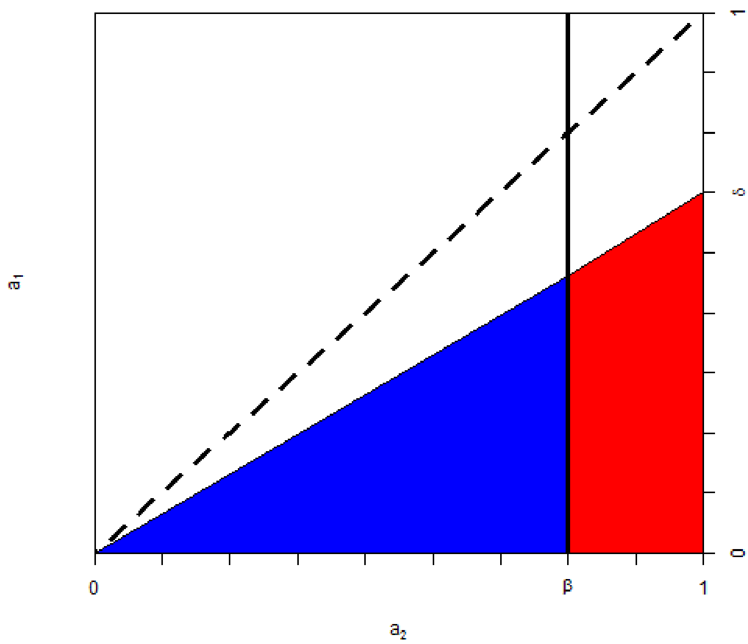
Lagere bovengrens

Stel dat a_2 uit de uniforme distributie $[0, \beta]$ komt met $0 < \beta < 1$, zodat bekwaamheidsinterval 2 een lagere bovengrens heeft. a_1 behoudt de uniforme verdeling $[0,1]$. De figuren 15 en 16 bevatten een grafische voorstelling van de verwachte promotieregel bij deze situatie. Voor zowel de promotie van werknemer 1 als de promotie van werknemer 2 dalen de verwachte waarden van a_1 en a_2 door de lagere bovengrens. De figuren maken niet direct duidelijk welke promotiebeslissing relatief aantrekkelijker wordt voor de manager. De analyse in de vorige sectie, voor een hogere bovengrens van bekwaamheidsinterval 1, deed dat wel. Een lagere bovengrens van de verdeling van a_2 heeft een negatief effect heeft op de beoordelingsfactor.

Dus de manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever bij een lagere bovengrens van het bekwaamheidsinterval 2. Het formele bewijs volgt onder propositie 7.



Figuur 15 Verwacht promotiegebied werknemer 1 $(0 < \beta < 1)$



Figuur 16 Verwacht promotiegebied werknemer 2 $(0 < \beta < 1)$

Propositie 7 *Een verlaging van de bovengrens van de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2 prikkelt de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever te beoordelen bij de promotiebeslissing.*

Bewijs: a_2 komt uit een uniforme verdeling met het interval $[0, \beta]$ met $0 < \beta < 1$ en a_1 uit een uniforme verdeling tussen [0,1]. De manager promoveert werknemer 1 als:

$$a_1 > \tau_2^{lb} a_2 met\ \tau_2^{lb} = \frac{E\ (a_2|m = 2, \delta) - E\ (a_2|m = 1, \delta)}{E\ (a_1|m = 1, \delta) - E\ (a_1|m = 2, \delta)}$$

De verwachte waarden van a_1 en a_2 worden, gegeven m en δ, berekend aan de hand van de regel van Bayes:

$$E\ (a_1|m = 1, \delta) = \frac{3 - (\beta\delta)^2}{3(2 - \beta\delta)}$$

$$E\ (a_1|m = 2, \delta) = \frac{\beta\delta}{3}$$

$$E\ (a_2|m = 1, \delta) = \frac{\beta(3 - 2\beta\delta)}{3(2 - \beta\delta)}$$

$$E\ (a_2|m = 2, \delta) = \frac{2\beta}{3}$$

Substitutie door deze functies in τ_2^{lb} leidt tot:

$$\tau_2^{lb} = \frac{\beta}{3 - 2\beta\delta}$$

$\tau_2^{lb} < \tau$ voor $0 < \beta < 1$. Dus de manager beoordeelt de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever bij de promotiebeslissing als de bekwaamheidsverdeling van werknemer 2 een lagere bovengrens heeft. **Q.E.D.**

Lagere ondergrens

Een lagere ondergrens van bekwaamheidsinterval 2 bij de uniforme verdeling $[0,1]$ van a_1 houdt in dat werknemer 2 een negatieve bekwaamheid kan hebben. Deze situatie blijft, net als de negatieve, lagere ondergrens van bekwaamheidsinterval 1, buiten beschouwing. Van een positieve, lagere ondergrens van de distributie van werknemer 2 is sprake bij een positieve, hogere ondergrens van de distributie van werknemer 1. Deze situatie kwam aan de orde in de vorige sectie.

7 Conclusie

Dit artikel biedt een nieuw perspectief op discriminatie binnen een organisatie. Onzekerheid bij werknemers over hun bekwaamheid en intrinsieke motivatie verschaffen de manager een mogelijkheid om de productie van de organisatie te maximaliseren door met de promotiebeslissing het inspanningsniveau van de werknemers te manipuleren. Het inspanningsniveau van de werknemers is afhankelijk van hun bekwaamheidsverwachtingen. De verwachtingen over hun bekwaamheid worden beïnvloed door de bekwaamheidsverdelingen van de werknemers en discriminatie- en bevoorrechtingsverwachtingen. Zo is de optimale promotieregel van de manager hiervan afhankelijk. In tabel 1 zijn de optimale beoordelingsfactors bij verschillende bekwaamheidsverdelingen en hun waarde ten opzichte van de beoordelingsfactors bij gelijke bekwaamheidsverdelingen en 1 weergegeven.

Voor de manager is het optimaal om de bekwaamheid van de verwachte benadeelde werknemer, werknemer 2, negatiever te beoordelen dan de bekwaamheid van de verwachte bevoordeelde werknemer, werknemer 1, als beide werknemers gelijke bekwaamheidsverdelingen hebben. Een verhoging van de bovengrens van bekwaamheidsverdeling 1, een verlaging van de bovengrens en een verhoging van de ondergrens van bekwaamheidsverdeling 2 hebben een negatieve invloed op de optimale beoordelingsfactor. Het is aantrekkelijk voor de manager om de bekwaamheid van werknemer 2 negatiever te beoordelen. In het evenwicht $(\tau = \delta)$, vindt daarom meer discriminatie ten faveure van werknemer 1 plaats. Naar analogie leidt een verhoging van de bovengrens van bekwaamheidsverdeling 2, een verlaging van de bovengrens en een verhoging van de ondergrens van bekwaamheidsverdeling 1 juist tot een positief effect op de optimale beoordelingsfactor. Deze veranderingen in de bekwaamheidsverdelingen maken het voor de manager aantrekkelijk om de bekwaamheid van werknemer 2 positiever te beoordelen. Bij een hogere ondergrens en een lagere bovengrens van bekwaamheidsverdeling 1 en een hogere bovengrens van bekwaamheidsverdeling 2 is het in sommige gevallen, afhankelijk van de waarden van α, β en δ, zelfs optimaal voor de manager om werknemer 2 te bevoordelen bij de promotiebeslissing. In het evenwicht $(\tau = \delta)$, vindt daarom minder discriminatie ten faveure van werknemer 1 plaats.

Werknemer	Distributieverschil	Beoordelingsfactor
1/2	$geen$	$\tau = \frac{1}{3-2\delta} < 1$
1	$\beta > 1$	$\tau_1^{hb} = \frac{1}{3\beta - 2\delta} < \tau$
	$0 < \alpha < \delta$	$\tau_1^{ho} = \frac{\delta + 2\alpha}{\delta(3-2\delta-\alpha)} > \tau$ $\tau_1^{ho} > 1\ voor\ \alpha > \frac{2\delta(1-\delta)}{\delta+2}$
	$\delta < \beta < 1$	$\tau_1^{lb>\delta} = \frac{1}{3\beta - 2\delta} > \tau$ $\tau_1^{lb>\delta} > 1\ voor\ \beta < \frac{1+2\delta}{3}$
	$0 < \beta < \delta$	$\tau_1^{lb<\delta} = \frac{3\delta - 2\beta}{\beta\delta} > \tau$ $\tau_1^{lb<\delta} > 1\ voor\ \beta < \frac{3\delta}{\delta+2}$
2	$1 < \beta < \frac{1}{\delta}$	$\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} = \frac{\beta}{3-2\beta\delta} > \tau$ $\tau_2^{hb<\frac{1}{\delta}} > 1\ voor\ \beta > \frac{3}{1+2\delta}$
	$\beta > \frac{1}{\delta}$	$\tau < 1 < \tau_2^{hb>\frac{1}{\delta}} = \frac{3\beta\delta - 2}{\delta}$
	$0 < \alpha < 1$	$\tau_2^{ho} = \frac{(\alpha-1)^2}{(3-2\alpha\delta)(\alpha+1)-2\delta} < \tau$
	$0 < \beta < 1$	$\tau_2^{lb} = \frac{\beta}{3-2\beta\delta} < \tau$

Tabel 1 Overzicht beoordelingsfactors

De promotiebeslissing is niet het enige instrument voor de manager om het inspanningsniveau van de werknemers te beïnvloeden. De manager kan hetzelfde effect bereiken met andere middelen op basis waarvan de werknemers hun bekwaamheidsverwachtingen aanpassen, zoals aanpassing van het loon of de arbeidsomstandigheden of uitkering van een bonus. De methode om de optimale promotieregel te bepalen, is ook bij die gevallen toepasbaar.

In het model van dit artikel had de manager perfecte informatie over de bekwaamheid van de werknemers. Deze aanname kan worden afgezwakt zodat er ruimte is voor enige onzekerheid van de manager over de bekwaamheid van de werknemers zonder verlies van de resultaten. Als de manager bijvoorbeeld alleen een uniforme verdeling kent van de bekwaamheid van de werknemers, is het optimaal voor hem om uit te gaan van de gemiddelde bekwaamheid. De manager handelt dan alsof hij de waarde van de bekwaamheid perfect kent en deze gelijk is aan de gemiddelde bekwaamheid. Wel is het van belang dat de werknemers ervan uitgaan dat de manager superieure informatie heeft over hun bekwaamheid. Anders ontlenen zij geen informatie over hun bekwaamheid aan de promotiebeslissing. Ook voor de kennis van de manager over de discriminatieverwachtingen van de werknemers, geldt dat de opname van enige onderzekerheid hierover in het model geen wezenlijke veranderingen met zich meebrengt.

Om de berekening van de verwachte bekwaamheidswaarden niet onnodig te compliceren is in het model gebruikgemaakt van een uniforme bekwaamheidsverdeling. Het type distributie kan worden aangepast zonder dat die verandering het beschreven mechanisme aantast.

Het is fundamenteel voor de theorie van dit artikel dat de werknemers enige onzekerheid hebben over hun bekwaamheid en de verwachtingen over hun bekwaamheid bijstellen aan de hand van informatie die de manager verschaft. Daarom is het van belang dat de bekwaamheidsverdelingen van de werknemers elkaar (gedeeltelijk) overlappen. Als de werknemers zozeer verschillen in hun bekwaamheid dat hun bekwaamheidsverdelingen geen overlap vertonen, leiden zij geen informatie over hun bekwaamheid af van de promotiebeslissing. De manager kan de promotiebeslissing dan niet gebruiken om het inspanningsniveau van de werknemers te beïnvloeden.

8 Literatuurlijst

Arrow, Kenneth J., “Some Mathematical Models of Race Discrimination in the Labor Market.” In Anthony Pascal, ed. *Racial Discrimination in Economic Life.* Lexington, Mass.: D.C. Heath, 1972b, 187-204.

Arrow, Kenneth J., “The Theory of Discrimination.” In Orley Ashenfelter en Albert Rees, eds. *Discrimination in Labor Markets.* Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1973. 3-33

Becker, Gary, *The Economics of Discrimination.* Chicago: University of Chicago Press, 1957.

Dur, Robert A.J., Jurjen J.A. Kamphorst & Swank, Otto H. *Don’t demotivate: discriminate!.* Ongepubliceerd manuscript. 2013.

Phelps, Edmund S., “The Statistical Theory of Racism and Sexism,” *American Economic Review,* 1972, *62,* 659-61.

Ryan, Richard M. & Edward L. Deci, “Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions”, *Contemporary Educational Psychology,* 2000, *25,* 54-67.