

Erasmus Universiteit Rotterdam

Bachelorscriptie
Kwaliteitseisen van een Werknemer in een Dynamisch
Spel

J. Vink

Student nummer 384615

BSc Economie en Bedrijfseconomie

Prof. Dr. O. Swank

25 juni 2016

Erasmus School of Economics

1.Introductie

Dit paper beschrijft de keuze van een werkgever om een werknemer wel of niet langer in dienst te houden. De kwaliteit van de werknemer is een belangrijke graadmeter voor de werkgever waarop de keuze is gebaseerd. Veel werknemers zijn zich niet bewust van wat hun eigen kwaliteiten nu exact zijn (Bénabou & Tirole, 2003).

Ervan uitgaande dat de werkgever in staat is om na verloop van tijd de kwaliteit van een werknemer te observeren, en hier ook zijn keuze op te baseren, zal de werknemer zijn kwaliteiten afleiden uit het signaal gegeven door de werkgever. Het concept dat een werknemer zijn kwaliteiten afleidt uit het signaal van de werkgever wordt door (Bénabou & Tirole, 2003) het 'looking-glass self' concept genoemd. Er is verschillende literatuur waarbij de werknemer een nauwkeurig beeld wil hebben van zijn kwaliteiten om zijn te leveren inspanning hierop aan te passen (Crutzen, Swank, & Visser, 2013; Bénabou & Tirole, 2003). De kwaliteiten en inspanningen van een werknemer zijn complementen in het productieproces. Er is in deze situatie voor de werkgever een voordeel om de werknemer te overtuigen dat hij van een hoge kwaliteit is. Hierbij is een belangrijke rol weggelegd voor de feedback die de werkgever aan de werknemer geeft (Aoyagi, 2010; Lizzeri, Meyer, & Persico, 2002; Ertac, 2005; Gershkov & Perry, 2009; Ederer, 2010). Het wel of niet leveren van commentaar geeft de werknemer de informatie om zijn verwachting van zijn kwaliteit aan te passen. Dit leidt vervolgens tot een aanpassing van de geleverde inspanningen.

In dit paper wordt er gekeken naar de kwaliteit van de werknemer, hierbij wordt er rekening gehouden met de bevinding dat feedback invloed heeft op het zelfbeeld van werknemer. In de literatuur waarin het effect van feedback wordt bestudeerd wordt over het algemeen gebruik gemaakt van een model waarin sprake is van dynamische toernooien. Hierbij worden werknemers iedere periode met elkaar vergeleken en op basis hiervan wordt er commentaar gegeven. Dit paper heeft echter als doel om duidelijk te maken op welke manier de kwaliteitseisen gesteld worden aan werknemers door werkgevers. Hierbij is van groot belang dat werknemers zelf niet op de hoogte zijn van hun eigen kwaliteiten.

Er zullen dynamisch principaal-agent-modellen ontwikkeld worden waarbij de werkgever de keuze moet maken of een werknemer wel of niet een contractverlenging krijgt. Hierbij is een aantal aspecten van belang. Het eerste aspect heeft betrekking op het vermogen om de kwaliteit te observeren. De werkgever is wel in staat om deze te

observeren, maar de werknemer zelf niet. Ten tweede worden kwaliteit en inspanning van de werknemer geacht complementen te zijn in het productieproces. Ten derde maakt de werkgever de keuze of de werknemer wel of niet in dienst blijft, dit zal invloed hebben op de geleverde inspanning van de werknemer.

Om tot een antwoord te komen op de vraag hoe een werkgever de keuze moet maken welke kwaliteitseisen hij moet stellen, worden er twee modellen ontwikkeld waarin de timing van elkaar verschilt. De basis van de gebruikte modellen wordt veel gebruikt in economisch onderzoek (Crutzen, Swank, & Visser, 2013). De modellen zullen in het vervolg aangeduid worden met het *ex ante* en het *ex post* model. In het *ex ante* model bepaalt de werkgever eerst de kwaliteitseisen, hierna wordt pas de werkelijke kwaliteit van de werknemer geobserveerd. In het *ex post* model wordt eerst de werkelijke kwaliteit geobserveerd en daarna bepaalt de werkgever de kwaliteitseisen. In beide modellen worden deze gebeurtenissen opgevolgd door de keuze of een werknemer wel of niet in dienst mag blijven. Deze keuze is voor de werknemer een signaal, hierop zal hij zijn perceptie (prior) van zijn kwaliteit aanpassen (posterior), zoals eerder vermeld overeenkomstig met het 'looking-glass self' concept (Bénabou & Tirole, 2003).

In deze modellen wordt de focus gelegd op het feit dat de werkgever in latere perioden een zo groot mogelijke productie wil realiseren. De productie in de toekomst valt af te leiden uit de kwaliteit van een werknemer en zijn perceptie van zijn kwaliteit. Om de te verwachten toekomstige productie te maximaliseren, zal de werkgever eisen moeten stellen aan de kwaliteiten van een werknemer, zodat alleen de betere werknemers in dienst blijven. Beide eerder genoemde modellen, zullen andere gevolgen hebben voor de te verwachten toekomstige productie.

Wanneer de leidinggevende alle benodigde informatie tot zijn beschikking heeft met betrekking tot de kwaliteitseisen en de daadwerkelijke kwaliteit, is hij in staat om de keuze te maken of een werknemer wel of niet in dienst mag blijven voor de daaropvolgende perioden. Dit zijn de mogelijke signalen die afgegeven kunnen worden door de leidinggevende. Indien een werknemer niet in dienst mag blijven, zal hij de verwachte waarde van zijn kwaliteit (posterior) naar beneden bijstellen. Aan het effect van een negatief signaal zal verder geen aandacht besteed worden. Indien een werknemer wel in dienst mag blijven, zal hij de verwachte waarde van zijn kwaliteit (posterior) naar boven bijstellen. Dit effect heeft wel interessante informatie voor het vervolg van dit onderzoek.

Vooruitlopend op het onderzoek, volgen de volgende resultaten. Het *ex ante* model leidt tot hogere kwaliteitseisen in vergelijking met het *ex post* model. Daarnaast resulteert het *ex ante* model eveneens in een hogere verwachte waarde van de productie in de toekomst. Deze conclusie draagt echter wel een probleem in de vorm van het tijdsinconsistentieprobleem (Kydland & Prescott, 1977).

De uitkomsten uit dit onderzoek komen min of meer overeen met een onderzoek van (Waldman, 2003). In het onderzoek van Waldman wordt er gekeken naar de mogelijkheid voor een bedrijf om een hogere positie binnen het bedrijf intern op te vullen, om vervolgens de lagere vrijgekomen functie van buiten af op te vullen. Er is sprake van een *ex ante* en *ex post* timing (Waldman, 2003). Het bedrijf, zo wordt in de literatuur gesteld (Waldman, 2003), maximeert de productie indien het handelt volgens de *ex ante* timing. Echter zal dit niet altijd gebeuren vanwege het tijdsinconsistentieprobleem.

De rest van het paper is als volgt opgebouwd, in paragraaf 2 worden de modellen ontwikkeld. In paragraaf 3 worden de evenwichten volgend op de modellen besproken. In paragraaf 4 worden de tot dan toe behandelde modellen uitgebreid met een extra periode, dit wordt met paragraaf 5 opgevolgd door de evenwichten in deze nieuwe modellen. Het geheel wordt vervolgens samengevat in paragraaf 6, welke de conclusie zal presenteren. Ten slotte wordt dit paper afgesloten met de wiskundige specificaties in de appendices.

2. Het model

Ga uit van een situatie waarin er drie relevante spelers zijn, één werkgever en twee werknemers. De situatie speelt zich af gedurende twee perioden. De werkgever verwacht van de werknemer dat hij een productie realiseert. De productie van werknemer i is afhankelijk van twee factoren. In de eerste plaats is de inspanning die de werknemer levert van belang, deze zal in het vervolg aangeduid worden met e_{it} , waarbij i de werknemer aanduidt en t de periode. Ten tweede moet er rekening gehouden worden met de bekwaamheid van de werknemer, dit zal aangeduid worden met a_i . Hieruit volgt dat de productiefunctie van werknemer i , in periode t er als volgt uit ziet:

$$y_{it} = a_i e_{it} \tag{1}$$

De bekwaamheid van de werknemer is op voorhand niet bekend, voor zowel de werkgever als de werknemers. De mogelijke waarde van a_i is uniform verdeeld op het interval 0 tot en met 1 ($a_i \in [0,1]$).

De werknemer zal zijn nut maximaliseren conform de nutsfunctie:

$$U_{it}(a_i, e_{it}) = y_{it} - C_{it}(e_{it}) \quad (2)$$

De kosten volgen uit de inspanning die geleverd wordt om tot productie te komen. De kostenfunctie is als volgt:

$$C_{it}(e_{it}) = \frac{1}{2} e_{it}^2 \quad (3)$$

De werkgever, op zijn beurt maximaliseert de productie in beide perioden. Om dit te bereiken zijn er twee verschillende modellen. In het eerste model is de timing als volgt. (1) De omstandigheden bepalen een waarde $a_i, i = 1, 2$. (2) Werknemer 1 kiest een voor zichzelf optimale waarde van e_{11} . (3) a_1 wordt aan het eind van de eerste periode geobserveerd door de werkgever en op basis hiervan maakt de werkgever de keuze of werknemer 1 in dienst blijft tijdens de tweede periode, of dat werknemer 1 wordt vervangen door werknemer 2. (4) De relevante werknemer in de tweede periode kiest een voor zichzelf optimale waarde van e_{i2} . In dit model wordt *ex post* bepaald welke waarde a_i minimaal aan moet nemen voor een werknemer, om de volgende periode ook nog in dienst te blijven.

Het tweede model heeft de volgende timing. (1) De omstandigheden bepalen een waarde $a_i, i \in \{1, 2\}$. (2) De werkgever kiest een vereiste waarde van a_i aangeduid met a^* . (3) Werknemer 1 kiest een voor zichzelf optimale waarde van e_{11} . (4) Aan het eind van de eerste periode heeft de werkgever a_1 geobserveerd. Indien $a_1 \geq a^*$, dan blijft werknemer 1 ook in de tweede periode in dienst. Indien $a_1 < a^*$, wordt werknemer 1 in de tweede periode vervangen door werknemer 2. (5) De relevante werknemer in de tweede periode kiest een voor zichzelf optimale waarde van e_{i2} . In dit model wordt *ex ante* bepaald welke waarde a_i minimaal aan moet nemen voor een werknemer, om de volgende periode ook nog in dienst te blijven.

In beide situaties is de keuze van de werkgever, met betrekking tot het wel of niet in dienst houden van een werknemer, een signaal voor diezelfde werknemer. De werknemer past zijn verwachte waarde van zijn bekwaamheid aan naar aanleiding van dit signaal.

Om deze dynamische modellen op te lossen zal er worden gezocht naar Nash-evenwichten. In deze evenwichten is er sprake van een optimale reactie van beide spelers, gegeven de reactie van de andere speler. Hierbij zal er gezocht worden naar een bepaalde waarde van a^* , waarbij het model in evenwicht is. Deze Nash-evenwichten zullen gevonden worden middels achterwaartse inductie (backward induction).

3. Nash-evenwicht

Het voorgaande model leidt tot het maken van twee assumpties (Crutzen, Swank, & Visser, 2013). De eerste assumptie heeft betrekking op de nutsfunctie van de werknemer. De nutsfunctie van werknemer i , door samenvoegen van (1) en (3) in (2), kan geschreven worden als $U_{it}(a_i, e_{it}) = a_i e_{it} - \frac{1}{2} e_{it}^2$. Hierbij is a_i uniform verdeeld op interval $[0,1]$. De tweede assumptie heeft betrekking op de nutsmaximalisatie van de werknemer, deze volgt indirect uit de eerste assumptie. Gegeven de nutsfunctie, zoals hierboven beschreven, samen met het feit dat het niveau van bekwaamheid niet bekend is bij de werknemer, ziet de optimale reactie van werknemer i er als volgt uit: $e_{it}(m_l) = E(a_i|m_l)$. Hierbij staat m_l voor het signaal wat afgegeven wordt door de werkgever.

De werkgever heeft de mogelijkheid tot het sturen van twee verschillende soorten signalen m_l , $l \in \{1,2\}$. Deze signalen hebben betrekking op het houden of vervangen van een werknemer. Indien het signaal m_1 gegeven wordt, mag de werknemer uit de eerste periode ook in de tweede periode blijven werken. Indien het signaal m_2 gegeven wordt, wordt de werknemer uit de eerste periode vervangen door een nieuwe werknemer in de tweede periode. Nu zal er onderscheid gemaakt worden voor verschillende evenwichten in de verschillende modellen. Om te beginnen zullen er evenwichten beschreven worden in het *ex ante* model.

Evenwicht. De werkgever stuurt signaal m_1 indien $a_1 \geq a^*$ en m_2 indien $a_2 < a^*$. De verwachte waarden van de bekwaamheid volgend op het signaal (*posteriors*), zijn $E(a_1|m_1) = \frac{1}{2}(1 + a^*)$, en $E(a_1|m_2) = \frac{1}{2}a^*$. De verwachte waarde van de bekwaamheid

van de (eventuele) tweede werknemer, is onafhankelijk van het signaal wat gegeven wordt richting de eerste werknemer, derhalve $E(a_2|m_l)$. In het *ex ante* model bepaalt de werkgever a^* voordat hij a_i observeert. Er is dus nog onzekerheid op het moment van bepalen van a^* met betrekking tot het wel of niet aanblijven van werknemer 1 in de periode 2. Dus om een waarde a^* te bepalen, zal de werkgever gebruik maken van de verwachte waarde van de productie in de tweede periode. Dit leidt uiteindelijk tot $a^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$.

Bewijs. Er zijn in de tweede periode twee opties voor de werkgever; of werknemer 1 produceert, of werknemer 2 produceert. De kans dat werknemer 2 produceert is gelijk aan a^* (dus de kans dat werknemer 1 produceert is $(1 - a^*)$). De verwachte productie in de tweede periode kan geschreven worden als $E(y_{i2}) = P(m_2)E(y_{22}) + P(m_1)E(y_{12})$. Hierbij staat $P(m_l)$ voor de kans op signaal m_l . Bij het bepalen van het signaal is er nog niks bekend over de kwaliteiten van werknemer 2, derhalve $E(a_2) = \frac{1}{2}$. Voor de werkgever is wel bekend dat, in het geval van signaal m_1 , $E(a_1|m_1) = \frac{1}{2}(1 + a^*)$. Uit deze gegevens volgt dat de verwachte productie in periode 2 gelijk is aan $E(y_{i2}) = \frac{1}{4}a^* + (1 - a^*)(\frac{1}{2}(1 + a^*))^2$. Maximeren van deze functie geeft $a^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$. Een meer uitgebreide beschrijving van deze berekening is te vinden in appendix 1.

Nu zal het evenwicht in het *ex post* model beschreven worden.

Evenwicht. De werkgever stuurt signaal m_1 indien $a_1 \geq a^*$ en m_2 indien $a_2 < a^*$. De verwachte waarden van de bekwaamheid volgend op het signaal (*posteriors*), zijn $E(a_1|m_1) = \frac{1}{2}(1 + a^*)$, en $E(a_1|m_2) = \frac{1}{2}a^*$. De verwachte waarde van de (eventuele) tweede werknemer is onafhankelijk van het signaal wat gegeven wordt richting de eerste werknemer, derhalve $E(a_2|m_1) = E(a_2|m_2) = E(a_2) = \frac{1}{2}$. In het *ex post* model wordt de waarde van a^* bepaald nadat de waarde van a_1 is geobserveerd. Dit geeft de werkgever de mogelijkheid om zijn eisen bij te stellen aan de hand van opgedane kennis. Hieruit volgt dat in het *ex post* model de werkgever kiest voor $a^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$.

Bewijs. In deze situatie is eveneens van toepassing dat de verwachte waarden van de bekwaamheid volgend op het signaal, kan worden gecombineerd met $e_{it}(m_l) = E(a_l|m_l)$. In dit model is voor de werkgever, op het moment van bepalen van a^* , wel bekend wat het werkelijke niveau is van a_1 . Hieruit volgt dat de werkgever de voorkeur geeft aan werknemer 1 in periode 2, dus m_1 , indien $a_1 * \frac{1}{2}(1 + a^*) \geq \frac{1}{2}a_2$. Een voorwaarde van deze vergelijking is $a_1 \geq a^*$. Daarnaast is $E(a_2) = \frac{1}{2}$, de werkelijke waarde van a_2 , voor de werkgever ook nog niet bekend op het moment van het bepalen van a^* . Indien deze twee voorwaarden gecombineerd worden met $a_1 * \frac{1}{2}(1 + a^*) \geq \frac{1}{2}a_2$, volgt dat de werkgever in de *ex post* situatie zal stellen dat $a^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$. Een meer uitgebreide beschrijving van deze berekening is te vinden in appendix 2.

Zoals inmiddels beschreven, is de waarde die aan a^* gegeven wordt, in het *ex ante* model hoger dan in het *ex post* model. Het verschil in de waarden van a^* wordt veroorzaakt door de verschillen tussen de modellen, dus de timing. In het *ex ante* model is de waarde van a_1 nog niet bekend op het moment van het kiezen van a^* , in het *ex post* model is dit wel het geval. In het *ex post* model, heeft de werkgever dan ook meer informatie ter beschikking om tot een waarde van a^* te komen. In het *ex ante* model is er meer sprake van het feit dat de werkgever leert van de omstandigheden en daar ook op in speelt. Naast de timing kan de benadering van het probleem als belangrijk verschil gezien worden tussen de modellen. In het *ex ante* model maximeert de werkgever de productie in de tweede periode om tot een waarde van a^* te komen. In het *ex post* model bepaalt de werkgever de waarde van a^* op een manier, zodat het indifferent is tussen de twee verschillende werknemers in de tweede periode. Daarnaast wordt a^* in het *ex ante* model zo gekozen, zodat de verwachte waarde van de kwaliteit van werknemer 2 lager is dan de waarde van a^* . Er is in dit model dus een kleine kans dat werknemer 1 weggestuurd wordt, en de werkgever er in periode 2 een kwalitatief slechtere werknemer voor terug krijgt.

De werkgever is gemotiveerd om in periode 1 zo te handelen, zodat de productie in periode 2 zo groot mogelijk is. De vraag die hierdoor ontstaat is dan ook: moet de werkgever de waarde van a^* *ex ante* of *ex post* vaststellen om in periode 2 een zo groot mogelijke, te verwachten productie te realiseren? Om dit te bepalen moet er gekeken

worden naar de verwachte productie in periode 2 in beide modellen en dit moet met elkaar vergeleken worden. Hieruit volgt $E(y_{i2}) = \frac{14*\sqrt{7}+7}{108} \approx 0,408$ in het *ex ante* model en $E(y_{i2}) = \frac{3*\sqrt{3}+1}{16} \approx 0,387$ in het *ex post* model. Het *ex ante* model leidt dus tot een hogere te verwachten productie.

Binnen het bedrijf is er één persoon (of een groep personen) die uiteindelijk bepaalt of een werknemer wel of niet aan de norm voldoet en dus ook of deze wel of niet in dienst mag blijven. Er doet zich echter een probleem voor indien er sprake is van een werknemer die net niet aan de eisen voldoet, bijvoorbeeld een werknemer waarvoor geldt: $a_i = a^* - 0,001$. De leidinggevende die bepaalt of de werknemer wel of niet in dienst blijft, kan in dit geval de overweging maken om de werknemer alsnog aan te nemen voor de komende periode. Deze overweging wordt versterkt door het feit dat, volgens het *ex ante* model, deze werknemer alsnog naar verwachting beter is dan de volgende werknemer. In het geval dat de werknemer alsnog in dienst blijft terwijl hij niet voldoet, kan er gesproken worden over een tijdsinconsistentieprobleem. Het beleid van de werkgever is consistent, indien “voor iedere periode t , maximeert beleid m_t de productie, gegeven de kwaliteiten in het verleden, en de beleidskeuzes in de toekomst” (Kydlan & Prescott, 1977). Het blijkt dat het volgen van vastgestelde beleidsregels in veel gevallen zal leiden tot een grotere productie dan discretionair beleid (Kydlan & Prescott, 1977). Hieruit valt af te leiden dat de leidinggevende, die bepaalt of de werknemer wel of niet in dienst blijft, zich zal moeten committeren aan het vooraf bepaalde te voeren beleid, in dit geval het *ex ante* beleid.

Om zeker te weten dat de leidinggevende zich aan het gekozen beleid houdt, zal er door het bedrijf een methode ontwikkeld moeten worden waardoor de leidinggevende niets anders kan dan juist handelen. Een voorbeeld hiervan is dat de leidinggevende alle keuzes die hij/zij maakt met betrekking tot het wel of niet aannemen van een nieuwe werknemer moet verantwoorden bij toezichthouders. Op deze manier is het niet de leidinggevende die uiteindelijk de keuze maakt of iemand wel of niet in dienst blijft, maar zijn het de toezichthouders. Deze toezichthouders zijn namelijk in staat om iemand die wel in dienst blijft maar niet voldoet aan de eisen, alsnog ontslaan. Deze toezichthouders zijn verder niet verantwoordelijk voor de productie die aangestuurd wordt door betreffende leidinggevende, ze zullen dan ook niet geneigd zijn om een werknemer die net niet aan de eisen voldoet alsnog aan te nemen.

4. Uitbreiding model

De evenwichten zoals tot op dit punt besproken, gaan uit van het model, zoals gespecificeerd in de paragraaf 2. Nu zullen deze twee perioden modellen uitgebreid worden met een extra periode. Het toevoegen van deze extra periode zal voor de werkgever extra tijd en ruimte geven om te leren van de keuzes in het verleden en de te maken keuzes in de toekomst.

In deze nieuwe situatie, zal er eveneens onderscheid gemaakt worden tussen een *ex post* en een *ex ante* model. De timing in deze modellen zal hetzelfde blijven. In de evenwichten zal er wederom sprake zijn van een optimale reactie van de relevante spelers ten opzichte van elkaar.

Door het uitbreiden van het model van twee perioden naar drie perioden, zal de werkgever meer rekening moeten houden met de toekomst. Er zal immers een groter deel van de productie geproduceerd worden in toekomstige perioden. Dit zorgt ervoor dat de werkgever meer gemotiveerd zal zijn om een goede werknemer aan te nemen.

Om tot evenwichten in deze dynamische modellen te komen, zal er wederom gebruik gemaakt worden van achterwaartse inductie (backward induction). Hierbij is de verwachting dat de uitkomsten een nauwkeuriger beeld zullen geven van hoe de werkelijkheid zou moeten zijn. Zoals gezegd, zal er gekeken worden naar een drie-perioden model.

5. Nash-evenwicht uitgebreid model

De assumpties die gedaan worden bij de meer eenvoudige modellen, met betrekking tot de maximalisatie van het nut van de werknemers, blijven ook in deze nieuwe modellen van toepassing. Ter herinnering, deze assumpties komen neer op: $e_{it}(m_{lt}) = E(a_i|m_{lt})$.

In dit model heeft de werknemer wederom de mogelijkheid tot het sturen van twee verschillende soorten signalen m_{lt} , $l \in \{1,2\}$. Dit signaal zal aan het eind van iedere periode (behalve de laatste) opnieuw gegeven worden door de werkgever. Indien een werknemer eenmaal een positief signaal krijgt, zal hij dit in de daaropvolgende perioden ook krijgen. De signalen zijn hetzelfde als eerder gespecificeerd, bij m_{1t} mag de werknemer blijven en bij m_{2t} wordt de werknemer vervangen. Er zal nu gekeken worden

naar de evenwichten in zowel het *ex ante* als het *ex post* model, te beginnen met het *ex ante* model.

Evenwicht. De werkgever stuurt signaal m_{11} indien $a_i \geq a^*$ en m_{12} indien $a_i < a^*$. In dit model is het goed om te beseffen dat er iedere keer wanneer er een werknemer vervangen wordt, een nieuwe a^* gekozen wordt. Daarom zal er in het vervolg van dit model gesproken worden over a_i^* . Er zullen dus andere eisen zijn voor werknemer 1, met betrekking tot de kwaliteit, dan voor werknemer 2. De verwachte waarden van de bekwaamheid volgend op het signaal (posteriors), zijn $E(a_i|m_{1t}) = \frac{1}{2}(1 + a_i^*)$ en $E(a_i|m_{2t}) = \frac{1}{2}a_i^*$. De verwachte waarde van de (eventuele) tweede (of derde) werknemer is onafhankelijk van het signaal wat gegeven wordt richting de eerste (of tweede) werknemer, derhalve $E(a_2|m_{11})$ (en $E(a_3|m_{12})$). In het *ex ante* model bepaalt de werkgever a_i^* voordat hij a_1 observeert. Er is dus nog onzekerheid op het moment van bepalen van a_i^* met betrekking tot het wel of niet aanblijven van werknemer 1 in periode 2, of eventueel werknemer 2 in periode 3. Dus om een waarde a_i^* te bepalen, zal de werkgever gebruik maken van de verwachte waarde van de productie in de daaropvolgende perioden. Hierbij wordt er dus voor periode 1 een andere waarde van a_i^* gebruikt dan in periode 2 indien de werknemer 1 niet volstaat. Dit leidt uiteindelijk tot $a_1^* = \frac{\sqrt{53+\sqrt{7*7}-3}}{9} \approx 0,606$ en $a_2^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$.

Bewijs. Het bewijs voor dit model is vergelijkbaar met het bewijs van het twee perioden *ex ante* model. Voor de uitleg bij de verwachte productie in periode 2 kan gekeken worden naar het bewijs van het twee perioden *ex ante* model. De verwachte productie in periode 2 is gelijk aan $E(y_{i2}) = \frac{1}{4}a_1^* + (1 - a_1^*)(\frac{1}{2}(1 + a_1^*))^2$. In het drie perioden *ex ante* model, moet er ook gekeken worden naar de verwachte productie in periode 3 om a_1^* te bepalen. De te verwachten productie in de derde periode is immers ook afhankelijk van de waarde van a_1^* .

De verwachte productie in periode 3 is op te delen in drie delen: werknemer 1 produceert; werknemer 2 produceert; werknemer 3 produceert. De verwachte productie in periode 3 kan geschreven worden als: $E(y_{i3}) = P(a_1 \geq a_1^*)E(y_{13}) + P(a_1 < a_1^*)P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}) + P(a_1 < a_1^*)P(a_2 < a_2^*)E(y_{33})$. Hierbij is $P(a_i \geq a_i^*) = (1 - a_i^*)$ en $P(a_i <$

$a_i^*) = a_i^*$. Indien een werknemer een positief signaal krijgt, is de verwachte productie van deze werknemer in de daaropvolgende periode gelijk aan $E(y_{it}|m_1) = \left(\frac{1}{2}(1 + a_i^*)\right)^2$. De verwachte productie van een nieuwe werknemer is $E(y_{it}) = \frac{1}{4}$. Door deze gegevens te combineren kan de verwachte productie in periode 3 geschreven worden als: $E(y_{i3}) = -\frac{1}{4}a_1^{*3} - \frac{1}{4}a_1^{*2} + \frac{1}{2}a_1^* - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*3} - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*2} + \frac{1}{2}a_1^*a_2^* + \frac{1}{4}$. De werkgever zal de totale te verwachte productie van periode 2 en periode 3 gezamenlijk maximaliseren. De totale te verwachten productie over deze twee perioden kan geschreven worden als: $E(y_{i2}) + E(y_{i3}) = -\frac{1}{2}a_1^{*3} - \frac{1}{2}a_1^{*2} + a_1^* + \frac{7a_1^*\sqrt{7}-10a_1^*}{54} + \frac{1}{2}$. Maximaliseren van deze functie geeft $a_1^* = \frac{\sqrt{53+\sqrt{7}*7}-3}{9} \approx 0,606$. De waarde van a_2^* wordt op dezelfde manier berekend als de waarde van a^* in het twee perioden *ex ante*, derhalve $a_2^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$.

Een meer uitgebreide beschrijving van deze berekening is te vinden in Appendix 3.

Nu zal het evenwicht in het drie perioden *ex post* model beschreven worden.

Evenwicht. De werkgever stuurt signaal m_{11} (en m_{12}) indien $a_1 \geq a^*$ en m_{12} indien $a_1 < a^*$. In dit model is het goed om te beseffen dat er iedere keer wanneer er een werknemer vervangen wordt, een nieuwe a^* gekozen wordt. Daarom zal er in het vervolg van dit model gesproken worden over a_i^* . In dit model zal er voor werknemer 1 dus andere eisen zijn met betrekking tot de kwaliteit, dan voor werknemer 2. De verwachte waarden van de bekwaamheid volgend op het signaal (posteriors), zijn $E(a_i|m_{1t}) = \frac{1}{2}(1 + a_i^*)$. De verwachte waarde van de eventuele nieuwe werknemer, is onafhankelijk van het signaal wat gegeven wordt richting de voorgaande werknemer, derhalve $E(a_{i+1}) \parallel m_{1t}$. In het *ex post* model bepaalt de werkgever a_i^* nadat de waarde van a_i is geobserveerd. Dit geeft de werkgever de mogelijkheid om zijn eisen bij te stellen aan de hand van opgedane kennis. Hieruit volgt dat in het *ex post* model de werkgever kiest voor $a_1^* = \frac{\sqrt{3\sqrt{3}+9}-2}{4} \approx 0,442$ en voor $a_2^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$.

Bewijs. De evenwichtswaarden zijn bepaald aan de hand van achterwaartse inductie (backward induction). Om voor dit model tot evenwichtswaarden te komen van a_i^* , zal er

eerst gekeken moeten worden naar de evenwichtswaarde van a_2^* . Het bepalen van a_2^* is identiek aan het bepalen van a^* in het twee perioden *ex post* model. Vanuit het perspectief van de tweede periode zijn er immers nog maar twee resterende perioden. De berekeningen zijn terug te vinden in appendix 2. De conclusie is $a^* = a_2^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$. Het berekenen van de waarde van a_1^* , wordt gedaan door de verwachte productie van werknemer 1 in periode 2 en 3 te vergelijken met de verwachte productie van de andere werknemers in periode 2 en 3. Hieruit volgt dat de werkgever de voorkeur geeft aan werknemer 1 in periode 2, dus m_{11} , indien $E(y_{12}|m_{11}) + E(y_{13}|m_{12}) \geq E(y_{22}) + P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}|m_{12}) + P(a_2 < a_2^*)E(y_{33})$. Deze expressie kan geschreven worden als: $(a_1 \left(\frac{1}{2}(1 + a_1^*)\right))^2 \geq \frac{1}{2} * E(a_2) + (1 - a_2^*)(E(y_{23}|m_{12})) + a_2^* * E(a_3) * E(a_3)$. Hieruit volgt dat de werkgever, in het drie perioden *ex post* model, zal stellen dat $a_1^* = \frac{\sqrt{3\sqrt{3}+9}-2}{4} \approx 0,442$ en $a_2^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$. Een uitgebreidere beschrijving van deze berekening is te vinden in appendix 4.

De drie perioden modellen leveren twee relevante inzichten op. Ten eerste, zoals ook de twee perioden modellen, is de waarde van a_i^* in het *ex ante* model hoger dan in het *ex post* model. Ten tweede, levert het drie perioden model een nieuw inzicht op. Dit inzicht stelt dat de waarde van a_i^* , zowel in het *ex ante* als in het *ex post* model, hoger is naarmate er meer perioden in de toekomst zijn. Het verschil tussen de modellen wordt veroorzaakt door het verschil met betrekking tot de timing. De uitleg bij de verschillen tussen de modellen is terug te vinden bij de uitleg van de twee perioden modellen.

Het verschil binnen de modellen, dus het verschil tussen a_1^* en a_2^* , kan uitgelegd worden op een andere manier. Het feit dat, in beide modellen geldt dat $a_1^* \geq a_2^*$, wordt verklaard door het aantal toekomstige perioden. Naarmate er meer perioden in de toekomst zullen komen, zal de werkgever meer ruimte krijgen om te leren en daar ook naar te handelen. Daarnaast zal de werkgever meer waarde gaan hechten aan een goede werknemer in de toekomstige perioden.

De werkgever is gemotiveerd om in een periode zo te handelen, zodat de productie in de daaropvolgende perioden zo groot mogelijk is. De vraag die hierdoor ontstaat is: moet de werkgever de waarde van a_i^* *ex ante* of *ex post* vaststellen om in de daaropvolgende perioden een zo groot mogelijke, te verwachten, productie te realiseren? In de twee

perioden modellen is hierop het antwoord dat er gehandeld moet worden volgens het *ex ante* model. Om dit ook voor de drie perioden modellen te bepalen, zal er wederom gekeken worden naar de verwachte productie in de toekomst. Dit leidt tot $E(y_{i2}) +$

$$E(y_{i3}) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7} \cdot 21\sqrt{7\sqrt{7}+53} + 159\sqrt{7\sqrt{7}+53} - (7\sqrt{7}+53)^{\frac{3}{2}} - 63\sqrt{7} - 450}{1458} \approx 0,907 \text{ in het } ex \text{ ante model en}$$

$$E(y_{i2}) + E(y_{i3}) = \frac{\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3\sqrt{3}+9} + 30\sqrt{3\sqrt{3}+9} - (3\sqrt{3}+9)^{\frac{3}{2}} + 22 - 6\sqrt{3}}{128} \approx 0,862 \text{ in het } ex \text{ post model. Net}$$

als in de twee perioden modellen, is de te verwachten productie hoger indien de werkgever handelt volgens het *ex ante* model. Hierbij is er wederom sprake van het probleem met betrekking tot de tijdsinconsistentie (Kydlan & Prescott, 1977). De werkgever zal er dus, ook naarmate er meer perioden komen, voor moeten kiezen om het gekozen beleid af te dwingen bij de leidinggevende met behulp van toezichthouders.

6. Conclusie

Om tot minimale waarden te komen die gesteld worden aan de kwaliteit van een werknemer, zijn er twee modellen ontwikkeld waarbij de timing tussen de modellen het verschil is. De focus in dit paper gaat uit naar de keuze van de werkgever tussen deze modellen. De vraag die hierbij beantwoord wordt is: moet de werkgever de minimale waarde van kwaliteit bepalen voor- of nadat hij op de hoogte is van de werkelijke kwaliteit van de werknemer? Daarbij komt dat de inspanning die de werknemer levert, positief afhankelijk is van de voor hem verwachte waarde van zijn kwaliteit. Een van de belangrijkste aspecten die de werkgever in ogenschouw dient te nemen, is dat indien een werknemer een contractverlenging krijgt, hij de perceptie van zijn kwaliteit hierop aan zal passen.

De werkgever wil over de tijd een zo groot mogelijke productie realiseren. Het in dienst hebben van een kwalitatief goede werknemer, is voor de werkgever een middel om dit voor elkaar te krijgen. Om er zeker van te zijn dat alleen de kwalitatief goede werknemers in dienst blijven, zullen er eisen gesteld moeten worden aan de kwaliteit van de werknemers. De relatief slechte werknemers zullen dus geen contractverlenging aangeboden krijgen om ruimte te maken voor de goede werknemers.

Een belangrijke conclusie die getrokken kan worden aan de hand van dit paper is dat het voordelig is voor de werkgever om de kwaliteitseisen op voorhand vast te stellen, daar waar er ook de optie is om eerst de werkelijke kwaliteit te observeren.

Een opmerkelijk probleem dat volgt uit het op voorhand kiezen van het minimale kwaliteitsniveau, is dat er een tijdsinconsistentie-probleem ontstaat. Zoals eerder toegelicht, zal de leidinggevende geneigd zijn om werknemers die net niet aan de kwaliteitseisen voldoen, alsnog een contractverlenging aan te bieden. Deze manier van handelen zou ingaan tegen het belang van het bedrijf als geheel. Er zal dus toezicht gehouden moeten worden op het feit dat de leidinggevende zich aan de gestelde norm houdt.

Een tweede conclusie die volgt uit dit model, stelt dat het voor een werkgever optimaal is om de kwaliteitseisen op een hoger niveau vast te stellen dan het gemiddelde niveau van de werkelijke kwaliteit van alle werknemers. Hieruit volgt dat er een groter gedeelte van de werknemers niet voldoet, dan het gedeelte van de werknemers die wel aan de eisen voldoet. De werkgever neemt dus liever een risico met betrekking tot de kwaliteit van een volgende werknemer, dan een gemiddelde werknemer in dienst te houden.

Een belangrijke assumptie binnen het gebruikte model, is dat de kwaliteit en de inspanning van de werknemer complementen zijn. Dit is een aanname die over het algemeen geaccepteerd wordt, maar er zijn ook modellen beschikbaar waarbij ervan uit wordt gegaan dat deze twee eigenschappen substituten zijn.

Daarnaast wordt er in dit onderzoek slechts rekening gehouden met situaties waarin er sprake is van één of twee perioden. In werkelijkheid zijn er voor de werkgever, naar alle waarschijnlijkheid, veel meer perioden in de toekomst waar rekening mee gehouden moet worden. Waarschijnlijk zal het toevoegen van (oneindig veel) extra perioden leiden tot dezelfde conclusie.

Er wordt in de modellen vanuit gegaan dat er iedere periode naar een werknemer gekeken wordt, net zo lang totdat er sprake is van een goede werknemer. Hierbij is er de aanname dat het om één werknemer per periode gaat. Er is ruimte voor vervolgonderzoek om te bestuderen of er andere conclusies zouden volgen, indien er sprake zou zijn van meerdere werknemers in één periode.

Tot slot is er nog de aanname dat er op voorhand helemaal niks bekend is over de kwaliteit van de betreffende werknemer. In werkelijkheid zal dit waarschijnlijk niet helemaal opgaan. De werkgever heeft namelijk meerdere mogelijkheden om na te gaan wat de kwaliteit van werknemer ongeveer is, voordat deze aangenomen wordt.

In dit paper is er een raamwerk ontworpen die de intuïtie achter de keuze van de werkgever, met betrekking tot de kwaliteitseisen, op een wiskundige manier onderbouwt.

Ondanks het feit dat dit raamwerk met de aanbeveling richting bedrijven komt om de kwaliteitseisen van te voren vast te leggen en hieraan te committeren, is er nog genoeg ruimte om voort te borduren op het gepresenteerde model. Een mogelijkheid hiervoor is om de modellen te testen aan de hand van empirische gegevens middels statistisch onderzoek.

Appendix 1

Evenwicht in het twee perioden ex ante model

$$E(y_{i2}) = P(m_2)E(y_{22}) + P(m_1)E(y_{12})$$

$$E(y_{i2}) = P(a_1 < a^*) * E(a_2) * E(e_{22}) + P(a_1 \geq a^*) * E(a_1|a_1 \geq a^*) * E(e_{22}|a_1 \geq a^*)$$

$$E(y_{i2}) = P(a_1 < a^*) * E(a_2) * E(a_2) + P(a_1 \geq a^*) * E(a_1|a_1 \geq a^*) * E(a_1|a_1 \geq a^*)$$

$$E(y_{i2}) = a^* * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + (1 - a^*) * \left(\frac{1}{2}(1 + a^*)\right) * \left(\frac{1}{2}(1 + a^*)\right)$$

$$E(y_{i2}) = \frac{1}{4}a^* + (1 - a^*) * \left(\frac{1}{2}(1 + a^*)\right)^2$$

$$E(y_{i2}) = \frac{1}{4}a^* + (1 - a^*) * \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a^* + \frac{1}{4}a^{*2}\right)$$

$$E(y_{i2}) = -\frac{1}{4}a^{*3} - \frac{1}{4}a^{*2} + \frac{1}{2}a^* + \frac{1}{4}$$

$$\frac{\partial E(y_{i2})}{\partial a^*} = -\frac{3}{4}a^{*2} - \frac{1}{2}a^* + \frac{1}{2} = 0$$

$$a^* = -\frac{1+\sqrt{7}}{3} \approx -1,215$$

V

$$a^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$$

Onder de restrictie $0 \leq a^* \leq 1$ valt te concluderen dat $a^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \approx 0,549$.

Appendix 2

Evenwicht in het twee perioden ex post model

$$E(y_{12}) = E(y_{22})$$

$$a_1 * E(e_{12}|m_1) = E(a_2) * E(e_{22})$$

$$a_1 * \frac{1}{2}(1 + a^*) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$$

Onder de restrictie $a_1 \geq a^*$ kan geschreven worden:

$$a^* * \frac{1}{2}(1 + a^*) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}a^{*2} + \frac{1}{2}a^* - \frac{1}{4} = 0$$

$$a^* = -\frac{1+\sqrt{3}}{2} \approx -1,366 \quad \vee \quad a^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$$

Onder de restrictie $0 \leq a^* \leq 1$ valt te concluderen dat $a^* = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,366$.

Appendix 3

Evenwicht in het drie perioden ex ante model

$$E(y_{i2}) = -\frac{1}{4}a_1^{*3} - \frac{1}{4}a_1^{*2} + \frac{1}{2}a_1^* + \frac{1}{4} \quad (\text{zie appendix 1})$$

$$E(y_{i3}) = P(a_1 \geq a_1^*)E(y_{13}) + P(a_1 < a_1^*)P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}) + P(a_1 < a_1^*)P(a_2 < a_2^*)E(y_{33})$$

Deze expressie is in drie delen op te lossen.

Deel 1:

$$P(a_1 \geq a_1^*)E(y_{12}) = (1 - a_1^*) * E(a_1|m_1) * E(a_1|m_1)$$

$$P(a_1 \geq a_1^*)E(y_{12}) = (1 - a_1^*) * \left(\frac{1}{2}(1 + a_1^*)\right)^2$$

$$P(a_1 \geq a_1^*)E(y_{12}) = -\frac{1}{4}a_1^{*3} - \frac{1}{4}a_1^{*2} + \frac{1}{4}a_1^* + \frac{1}{4}$$

Deel 2:

$$P(a_1 < a_1^*)P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}) = a_1^* * (1 - a_2^*) * \left(\frac{1}{2}(1 + a_2^*)\right)^2$$

$$P(a_1 < a_1^*)P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}) = -\frac{1}{4}a_1^*a_2^{*3} - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*2} + \frac{1}{4}a_1^*a_2^* + \frac{1}{4}a_1^*$$

Deel 3:

$$P(a_1 < a_1^*)P(a_2 < a_2^*)E(y_{33}) = \frac{1}{4}a_1^*a_2^*$$

Samenvoegen van deze drie delen geeft:

$$E(y_{i3}) = -\frac{1}{4}a_1^{*3} - \frac{1}{4}a_1^{*2} + \frac{1}{2}a_1^* - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*3} - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*2} + \frac{1}{2}a_1^*a_2^* + \frac{1}{4}$$

$$E(y_{i2}) + E(y_{i3}) = -\frac{1}{2}a_1^{*3} - \frac{1}{2}a_1^{*2} + a_1^* - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*3} - \frac{1}{4}a_1^*a_2^{*2} + \frac{1}{2}a_1^*a_2^* + \frac{1}{2}$$

$$\text{We weten dat } a_2^* = \frac{\sqrt{7}-1}{3}$$

$$E(y_{i2}) + E(y_{i3}) = -\frac{1}{2}a_1^{*3} - \frac{1}{2}a_1^{*2} + a_1^* - \frac{5\sqrt{7}-11}{54}a_1^* - \frac{4-\sqrt{7}}{18}a_1^* + \frac{\sqrt{7}-1}{6}a_1^* + \frac{1}{2}$$

$$E(y_{i2}) + E(y_{i3}) = -\frac{1}{2}a_1^{*3} - \frac{1}{2}a_1^{*2} + a_1^* + \frac{7a_1^*\sqrt{7}-10a_1^*}{54} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial E(y_{i2})+E(y_{i3})}{\partial a_1^*} = -\frac{3}{2}a_1^{*2} - a_1^* + \frac{7\sqrt{7}-10}{54} + 1 = 0$$

$$a_1^* = -\frac{\sqrt{17172+\sqrt{7*2268+54}}}{162} \approx -1,273 \quad \vee \quad a_1^* = \frac{\sqrt{53+\sqrt{7*7-3}}}{9} \approx 0,606$$

Onder de restrictie $0 \leq a_i^* \leq 1$ valt te concluderen dat $a_1^* = \frac{\sqrt{53+\sqrt{7*7-3}}}{9} \approx 0,606$.

Appendix 4

Evenwicht in het drie perioden *ex post* model

$$E(y_{12}|m_{11}) + E(y_{13}|m_{12}) \geq E(y_{22}) + P(a_2 \geq a_2^*)E(y_{23}|m_{12}) + P(a_2 < a_2^*)E(y_{33})$$

$$\left(a_1 \left(\frac{1}{2}(1 + a_1^*)\right)\right)^2 \geq \frac{1}{2} * E(a_2) + (1 - a_2^*)(E(y_{23}|m_{12})) + a_2^* * E(a_3) * E(a_3)$$

De waarden van a_2 en a_3 zijn in de eerste periode nog niet bekend. Hiervoor zullen de verwachte waarden worden gebruikt. Verder is er nog de voorwaarde dat $a_1 \geq a_1^*$ indien werknemer 1 een positief signaal krijgt.

$$\left(a_1^* \left(\frac{1}{2}(1 + a_1^*)\right)\right)^2 = \frac{1}{4} + \left(1 - \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \left(\left(\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)\right)\right)^2 + \frac{\sqrt{3}-1}{2} * \frac{1}{4}$$

$$a_1^{*2} + a_1^* = \frac{1}{4} + \frac{1+3\sqrt{3}}{16}$$

$$a_1^* = \frac{-16-\sqrt{3*192+576}}{32} \approx -1,442 \quad \vee \quad a_1^* = \frac{\sqrt{3\sqrt{3}+9-2}}{4} \approx 0,442$$

Onder de restrictie $0 \leq a_i^* \leq 1$ valt te concluderen dat $a_1^* = \frac{\sqrt{3\sqrt{3}+9-2}}{4} \approx 0,442$.

Bibliografie

Aoyagi, M. (2010). Information Feedback in a Dynamic Tournament. *Games and Economic Behavior*, 242-260.

Bénabou, R., & Tirole, J. (2003). Intrinsic and Extrinsic Motivation. *Review of Economic Studies*, 489-520.

Crutzen, B. S., Swank, O. H., & Visser, B. (2013). Confidence Management: On Interpersonal Comparisons in Teams. *Journal of Economics & Management Strategy*, 744-767.

Ederer, F. (2010). Feedback and Motivation in Dynamic Tournaments. *Journal of Economics & Management Strategy*, 733-769.

Ertac, S. (2005). *Social Comparisons and Optimal Information Revelation: Theory and Experiments*. Retrieved from Paper, University of California: <http://home.ku.edu.tr/~sertac/Soccomp.pdf>

- Gershkov, A., & Perry, M. (2009). Tournaments with Midterm Reviews. *Games and Economic Behavior*, 162-190.
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977). Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans. *Journal of Political Economy*, 473-492.
- Lizzeri, A., Meyer, M., & Persico, N. (2002). The Incentive Effects of Interim Performance Evaluations. *CARESS WORKING PAPER 02-09*.
- Waldman, M. (2003). Ex Ante Versus Ex Post Optimal Promotion Rules: The Case of Internal Promotion. *Economic Inquiry*, 27-41.