Functioneringsgesprekken op basis van zelfrapportage door de werknemer aan de werkgever

Erasmus Universiteit Rotterdam

Erasmus School of Economics

Scriptiebegeleider: Prof.Dr. O.H. Swank

Naam: T.A.A.M. van Kemenade

Studentnummer: 354164

E-mailadres: thijsvkemenade@gmail.com

Inhoud

1. Inleiding

Het beoordelen van de prestaties van werknemers na verloop van bepaalde tijd is een essentieel aspect in iedere (arbeids)organisatie. Functioneringsgesprekken worden dan ook regelmatig gevoerd. Echter, het komt slechts zelden voor dat complexe prestaties van een werknemer volledig objectief door een werkgever gemeten kunnen worden (Kamphorst & Swank, 2015). Voorgaande suggereert dat de ene werkgever beter in staat zal zijn een werknemer te beoordelen dan de andere werkgever. Dat dit daadwerkelijk het geval is, wordt aangetoond in papers van Napier en Latham (1986) en van Tziner (2001).

Kamphorst en Swank ontwikkelen daarom een model waarin werkgevers verschillen in hun beoordelingsvermogen ten aanzien van de prestaties van hun werknemers. Het doel van dit model is om beter te begrijpen hoe werkgevers de prestatie van hun werknemers beoordelen en voorts hoe werknemers reageren op deze prestatiebeoordeling. Een belangrijk aspect in dit model is dat zowel de werkgever als de werknemer een bepaalde perceptie hebben van de prestatie van de werknemer in een afgelopen periode. (Kamphorst & Swank, 2015).

Door Kamphorst en Swank wordt ten eerste gevonden dat zelfs als de beoordeling van prestaties *cheap talk* is vanuit de zijde van de werkgever, deze beoordeling toch relevante informatie aan de werknemer zou kunnen geven. Daarnaast wordt er aangetoond dat de werkgever geneigd is om positieve beoordelingen te geven. Het paper van Kamphorst en Swank bevat dus aanwijzingen dat werkgevers hun werknemers vaak (te) positief beoordelen. Dit fenomeen staat in de literatuur ook wel bekend als de *leniency bias*, welke al eerder aangetoond werd door Medoff en Abraham (1980), Prendergast (1999) en Jawahar en Williams (1997). Deze *bias* komt vaker voor bij werkgevers die slecht in staat zijn hun werknemers te beoordelen dan bij werkgevers die goed in staat zijn hun werknemers te beoordelen (Bol, 2008).
Ook wordt aangetoond dat een positieve beoordeling een werknemer meer zal motiveren dan een negatieve boordeling.
Voorts concluderen Kamphorst en Swank dat het effect van de beoordeling van de werkgever op de toekomstige prestatie van een werknemer afhangt van in hoeverre de werknemer overtuigd is van het vermogen van de werkgever om zijn prestaties te beoordelen.
Tenslotte wordt er bewijs gevonden voor het verschijnsel dat werkgevers soms geneigd zijn de prestaties van hun werknemers “gemiddeld” in te schatten. Dit fenomeen staat ook wel bekend als de *centrality bias,* die al eerder is aangetoond door Motawidlo en Borman (1977) en Predergast (1999). Ook hier zullen werkgevers die slecht in staat zijn hun werknemers te beoordelen eerder te neigen hebben om af te wijken (Bol, 2008).
Kamphorst en Swank concluderen dat hun resultaten veelal ingegeven worden door het verschijnsel dat de werkgever graag over wil komen als een werkgever die het vermogen heeft om zijn werknemer goed te beoordelen. Dit geeft - aldus Kamphorst en Swank - een prikkel aan goede werkgevers om zich te onderscheiden van slechte werkgevers door het geven van informatieve feedback aan hun werknemers (Kamphorst & Swank, 2015).

In dit onderzoek wordt een speltheoretisch model geïntroduceerd waarin niet de werkgever de prestaties van de werknemer beoordeelt, maar waarin de werknemer zelf zijn prestaties rapporteert aan de werkgever. Aangenomen wordt dat de werknemer de wil heeft zijn een zo getrouw mogelijk beeld van zijn prestaties te geven. Hij zal dus niet kwaadwillig afwijken van zijn werkelijke prestaties.
Analoog aan de bevindingen ten aanzien van het beoordelingsvermogen van een werkgever, wordt in dit onderzoek aangenomen dat ook een werknemer zichzelf niet altijd goed kan beoordelen. Met andere woorden: de ene werknemer heeft het vermogen zichzelf getrouwer te beoordelen dan de andere werknemer.
Daarnaast geldt in dit model niet dat de werkgever de beoordeling van de werknemer te allen tijde aan de werknemer zelf zal laten. De werkgever heeft namelijk de mogelijkheid de zelfrapportage door de werknemer te controleren. In het geval van een foute zelfrapportage volgt een boete voor de werknemer en corrigeert de werkgever zijn werknemer. Aan controle door de werkgever zitten tevens kosten verbonden. Ook zal het de werkgever inspanning kosten om zijn werknemer te controleren.

De belangrijkste resultaten van de analyse van het model luiden als volgt. Ten eerste wordt er in de analyse van het model bewijs gevonden voor de *centrality bias* aan de zijde van de werkgever. Ook wordt gevonden dat het effect van de hiervoor genoemde boete op de rapportage van de werknemer afhankelijk is van diens vermogen zichzelf in te schatten. Tenslotte wordt gevonden dat de werknemer soms afwijkt van zijn zelfperceptie omdat hij de wens heeft om gecontroleerd te worden door zijn werkgever.

Dit model poogt een eerste aanzet te geven tot de analyse van de zelfrapportage van de werknemer aan de werkgever. Het gaat om een simpel model, dus benadrukt moet worden dat er op dit vlak nog veel meer te onderzoeken valt.

2. Het model

Beschouw een model waarin een werkgever een werknemer in een functioneringsgesprek moet beoordelen. Dit functioneringsgesprek vindt plaats na een bepaalde gewerkte periode en wordt gevoerd op basis van zelfrapportage door de werknemer. Dit wil zeggen dat de werknemer zelf zijn functioneren over de afgelopen periode rapporteert aan de werkgever. De werkgever is dus afhankelijk van de werknemer in zijn beoordeling van de desbetreffende werknemer.

De feitelijke prestatie van de werknemer in deze afgelopen periode (ofwel output) wordt uitgedrukt door y. Het gaat hier om een discreet model, waarbij y de waarden $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ of $\frac{7}{8}$ kan aannemen.

De werknemer heeft zich na de gewerkte periode een beeld gevormd over zijn eigen prestatie (output) y; hij ontvangt zogezegd een signaal s over zijn prestatie y in de vorige periode. Net als y kan het signaal s dat de werknemer ontvangt de waarden $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ of $\frac{7}{8}$ aannemen.

Met een kans p heeft de werknemer een correct zelfbeeld en is het signaal s dat de werknemer gekregen heeft gelijk aan zijn werkelijke prestatie y. Anders gezegd: met een kans p geldt dat $s = y$. Met een kans $1 - p$ heeft de werknemer geen correct zelfbeeld en geldt dat het signaal onafhankelijk van de ware y willekeurig gegeven wordt (een zogenaamde *random draw*).

In dit model, waarin functioneringsgesprekken gevoerd worden op basis van zelfrapportage, stuurt de werknemer tijdens zijn functioneringsgesprek – nadat hij zijn signaal s gekregen heeft – een door hem gekozen boodschap m aangaande zijn functioneren in de vorige periode naar de werkgever. Dit is het moment waarop de zelfrapportage door de werknemer aan de werkgever plaatsvindt.

De werkgever weet dat deze boodschap onbetrouwbaar kan zijn, omdat met een kans $1 - p$ het signaal s dat de werknemer ontvangen heeft willekeurig gegeven is, onafhankelijk van de ware prestatie y. De werknemer zal echter wel altijd de waarheid wíllen spreken. De situatie waarin de werknemer zijn inkomen te kwader trouw overdrijft, om bijvoorbeeld aanspraak te maken op een hoger loon in een volgende periode wordt in dit model buiten beschouwing gelaten.

De afwijking van de boodschap m van de werknemer vergeleken met diens werkelijke prestatie y – die dus te wijten is aan de hierboven genoemde reden – is nutsverlies voor de werkgever. De werkgever wil zich namelijk een realistisch beeld van de werknemer vormen. Zowel afwijkingen naar boven als afwijkingen naar beneden in de boodschap van de werknemer m ten opzichte van de werkelijke prestatie y van de werknemer resulteren in nutsverlies voor de werkgever.

Er geldt wel dat de werkgever vanwege de hierboven weergegeven onzekerheid over de boodschap m van de werknemer ervoor kan kiezen om de prestaties van de werknemer achteraf te controleren. De monetaire kosten hiervan worden uitgedrukt door c en de moeite (*effort*) die de werkgever doet voor het controleren wordt uitgedrukt door q. Indien de werkgever erachter komt dat de werknemer fout heeft gerapporteerd, corrigeert hij dit, zodat hij geen nutsverlies meer ondervindt van de afwijking van de boodschap m van de werkelijke prestatie y.

De nutsfunctie van de werkgever ziet er dus als volgt uit:

$$U_{werkgever} = -(m-y)^2 - \frac{1}{2}cq^2$$

Voor de werknemer daarentegen geldt ook dat er sprake is van nutsverlies indien zijn boodschap m afwijkt van zijn werkelijke prestatie y. Hij wil eerlijk zijn ten opzichte van zijn werkgever en hij zal dus – als eerder gesteld – niet kwaadwillig overdrijven.

Zoals gezegd kan de werkgever de prestaties van de werknemer achteraf controleren. Indien de werkgever er hierdoor achter komt dat de boodschap m die de werknemer hem heeft doorgegeven niet overeenkomt met de werkelijke prestatie y, ontvangt de werknemer een een boete f die bij hem vanzelfsprekend zal resulteren in nutsverlies. De kans dat de werknemer de werkgever betrapt op een boodschap m die niet overeenkomt met de werkelijke prestatie y is gelijk aan q. Zoals hierboven gesteld komt deze variabele q ook voor in de nutsfunctie van de werkgever, waar het een *effort* variabele vertegenwoordigde.

De nutsfunctie van de werknemer ziet er dus als volgt uit:

$$U_{werknemer} = -(m-y)^2 - fq$$

3. Analyse van de optimale respons van werkgever en de werknemer

In dit onderzoek zullen twee evenwichten in *pure strategy* geanalyseerd worden. De evenwichten in *mixed strategy* zullen buiten beschouwing gelaten worden.

In het eerste evenwicht geldt dat de werknemer zijn signaal zal rapporteren $m^* = s$ en dat de werkgever zijn mate van controle aanpast op de boodschap van de werknemer.
$q^* = q(m)$.

In het tweede evenwicht geldt dat de werknemer bij een signaal van $s = \frac{1}{8}$ of $s = \frac{7}{8}$ een boodschap m^* van respectievelijk $m^* = \frac{3}{8}$ of $m^* = \frac{5}{8}$ zal rapporteren. Bij een signaal van $s = \frac{3}{8}$ of $s = \frac{5}{8}$ zal in de boodschap m^* het signaal gevolgd worden. Ook hier geldt dat de werkgever zijn mate van controle aanpast op de boodschap van de werknemer. $q^* = q(m)$.

3.1 De werkgever

Eerst zal de werkgever geanalyseerd worden. De enige variabele in de nutsfunctie van de werkgever waar zelf invloed op uitgeoefend kan worden is de mate waarin hij zijn werknemer zal controleren, uitgedrukt door q. De boodschap m wordt hem namelijk door de werknemer gegeven. Daarnaast geldt dat de werkelijke prestatie y van de werknemer en de controlekosten c vastgesteld zijn. In de analyse van het model aan de kant van de werkgever zal voor twee verschillende veronderstellingen van evenwicht de optimale respons q^* uitgerekend worden, gegeven de boodschap m van de werkgever: $q^*(m)$.

3.1.1 De optimale respons *(q^*)* van de werkgever indien $\boldsymbol{m = s}$

Allereerst wordt er een evenwicht verondersteld waarin geldt dat de werknemer het signaal s dat hij heeft ontvangen zal rapporteren aan zijn werkgever in zijn boodschap m
Met andere woorden: $s = m$.

Gegeven de veronderstelling $s = m$, zal de werkgever moeten bepalen in hoeverre hij zijn werknemer zal controleren. Met andere woorden: de werkgever zal zijn optimale q^* moeten gaan kiezen als reactie op de veronderstelde $s = m$. Vanzelfsprekend zal deze keuze afhangen van de kans p waarop het signaal van de werknemer s overeenkomt met diens werkelijke prestatie y.

Indien geldt dat $p = 1$, geldt dat het signaal s dat de werknemer ontvangt gelijk is aan diens werkelijke prestatie y. Met andere woorden: $s = y$. Aangezien verondersteld is dat $s = m$, geldt dus dat $m = y$. De term $-(m - y)^2$ in de nutsfunctie is dan gelijk aan 0, hetgeen betekent dat voor de nutsfunctie van de werkgever in het geval dat $p = 1$ geldt:

$$U_{werkgever,p=1,s=m} = -\frac{1}{2}cq^2$$

Optimaliseren naar q geeft $q^* = 0$. De werkgever zal in dit geval dus niet controleren. Dit is ook niet nodig aangezien geldt dat de werknemer altijd eerlijk is en een perfect zelfbeeld heeft ($s = y$). Deze resultaten zijn dus economisch intuïtief.

Nu vastgesteld is dat de werkgever nooit zal controleren indien geldt dat $p = 1$ onder de veronderstelling dat de werknemer in zijn boodschap m zijn signaal s zal volgen ($m = s$), wordt nu overgegaan tot het bepalen van de optimale mate van controle q^* door de werkgever, indien de capaciteit van de werknemer om zichzelf goed in te schatten onbekend is. Anders gesteld: de kans p dat geldt $s = y$ is onbepaald.

Er geldt dan dat met een kans p de boodschap van de werknemer m overeenkomt met diens werkelijke prestatie y. Met een kans $1 - p$ is dit niet het geval. De werkgever komt hier met een kans q achter en met een kans van $1 - q$ komt hij hier niet achter.

$$
\begin{aligned}
U_{werkgever} &= -(m-y)^2 - \frac{1}{2}cq^2 \\
&= -p * 0^2 - (1-p)q * 0^2 - (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(m - \frac{2i+1}{8})^2 - \frac{1}{2}cq^2 \\
&= -(1-p)(1-q)\left[\frac{1}{4}\left(m-\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(m-\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(m-\frac{5}{8}\right)^2\right. \\
&\left. + \frac{1}{4}\left(m-\frac{7}{8}\right)^2\right] - \frac{1}{2}cq^2
\end{aligned}
$$

Aan de hand van deze nutsfunctie kan de optimale respons van de werkgever, gegeven de veronderstelling van evenwicht van $s = m$ berekend worden. Differentiëren van de nutsfunctie van de werkgever naar q geeft:

$$\frac{dU}{dq} = mp - \frac{21}{64}p - cq - m - pm^2 + m^2 + \frac{21}{64}$$

Optimaliseren geeft:

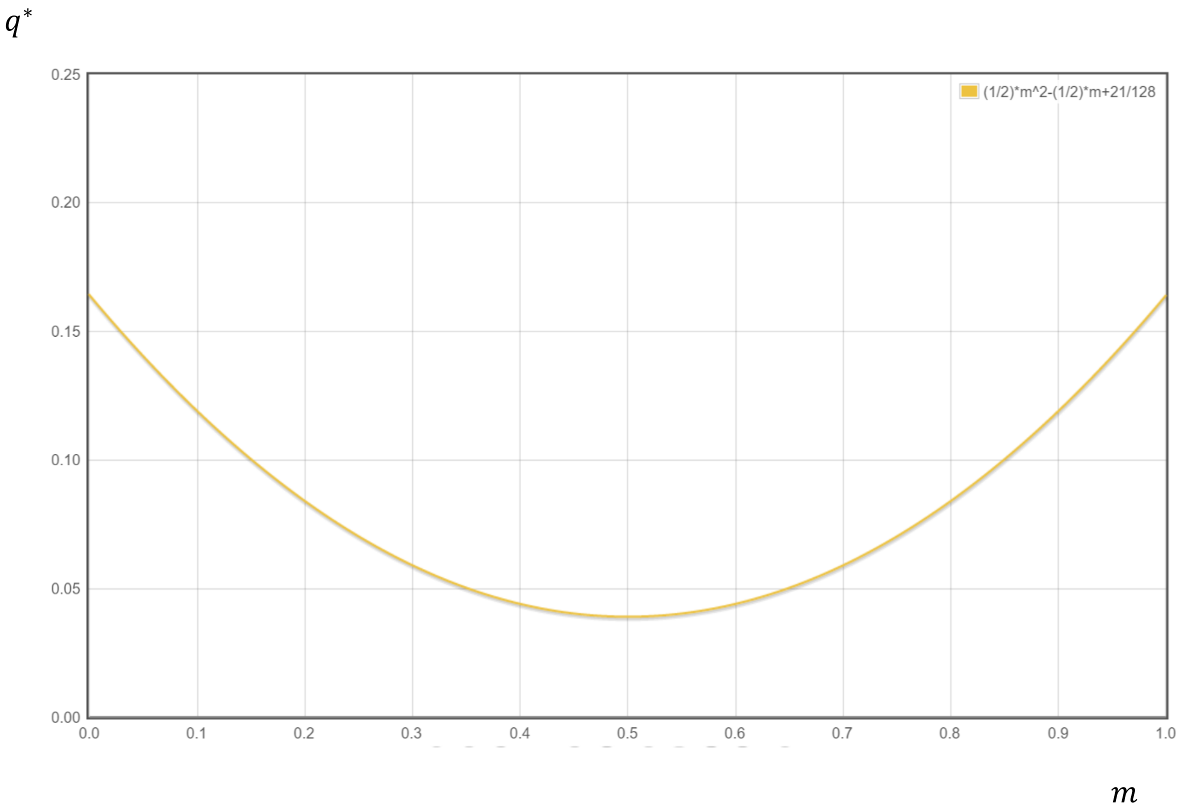
$$mp - \frac{21}{64}p - cq - m - pm^2 + m^2 + \frac{21}{64} = 0$$

Oplossen geeft: $q^* = \frac{(1-p)(m^2 - m + \frac{21}{64})}{c}$

Uit dit resultaat blijkt dat de optimale mate van controle q^* door de werkgever onder de veronderstelling dat $s = m$ afhankelijk is van de boodschap m van de werknemer. Met andere woorden, er geldt: $q^* = q(m)$. Gevonden wordt dat de werkgever de werknemer intensiever zal controleren bij $m = \frac{1}{8}$ en bij $m = \frac{7}{8}$ dan bij $m = \frac{3}{8}$ en $m = \frac{5}{8}$.

Dit gevonden resultaat is in overeenstemming met hetgeen men intuïtief zou verwachten. Een werkgever is eerder geneigd werknemers te controleren die zichzelf extreem laag dan wel extreem hoog inschatten. Minder snel is de werkgever geneigd om werknemers te controleren die zichzelf gemiddeld inschatten. Dit effect valt te verklaren uit de nutsfunctie van de werknemer. Bij $m = \frac{1}{8}$ en bij $m = \frac{7}{8}$ ligt potentieel meer nutsverlies op de loer in de term $-(m-y)^2$ dan bij $m = \frac{3}{8}$ en $m = \frac{5}{8}$.

Onderstaande grafiek (waarbij $p = \frac{1}{2}$ is genomen) toont aan dat de werkgever intensiever zal controleren bij $m = \frac{1}{8}$ en bij $m = \frac{7}{8}$ dan bij $m = \frac{3}{8}$ en $m = \frac{5}{8}$. Merk hierbij op dat het hier gaat om een discreet model en dat alleen de waarden $m = \frac{1}{8}$, $m = \frac{3}{8}$, $m = \frac{5}{8}$ en $m = \frac{7}{8}$ relevant zijn.



Er geldt: $q^*\left(\frac{1}{8}\right) = q^*\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{(1-p)(\left(\frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)7}{32c}$ en $q^*\left(\frac{3}{8}\right) = q^*\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{(1-p)(\left(\frac{3}{8}\right)^2 - \frac{3}{8} + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)3}{32c}$

De optimale controle q^* van de werkgever is voorts afhankelijk van de kans p dat de werknemer een correct zelfbeeld heeft en van de kosten c die de werkgever maakt bij de controle.

Gevonden wordt dat indien p groter wordt, de werkgever minder snel geneigd is om de werknemer te controleren. Dit resultaat is logisch te noemen. Aangezien verondersteld is dat de werknemer zijn signaal zal rapporteren ($s = m$), geldt dat indien dit signaal betrouwbaarder wordt, de werkgever het nut minder snel geneigd is om kosten te maken voor controle (vergelijk het extreme geval waarbij de werknemer een perfect zelfbeeld heeft hierboven), omdat de kans groter wordt dat de term $-(m-y)^2$ gelijk is aan 0. Anders gezegd: des te hoger p wordt, des te kleiner is de kans op een foute rapportage aan de zijde van de werknemer.

Tenslotte wordt gevonden dat indien c groter wordt, de werkgever minder snel geneigd is om de werknemer te controleren. Ook dit resultaat is economisch intuïtief: des te hoger de kosten die gepaard gaan met controle, des te hoger is het nutsverlies van de werkgever als gevolg van deze controle. De werkgever zal minder snel geneigd zijn om deze kosten te gaan maken, waardoor hij minder intensief zal controleren.

3.1.2 De optimale respons *(q^*)* van de werkgever indien $\boldsymbol{s=m}$ bij $\boldsymbol{s=\frac{3}{8}}$ en $\boldsymbol{s=\frac{5}{8}}$ en ($\boldsymbol{s=\frac{1}{8}, m=\frac{3}{8}}$) en ($\boldsymbol{s=\frac{7}{8}, m=\frac{5}{8}}$)

Nu wordt er een evenwicht verondersteld waarin geldt dat de werknemer de boodschap $m=\frac{3}{8}$ rapporteert bij $s=\frac{1}{8}$ en $s=\frac{3}{8}$ en de boodschap $m=\frac{5}{8}$ rapporteert bij $s=\frac{5}{8}$ en $s=\frac{7}{8}$.

Gegeven deze veronderstelling van evenwicht, zal de werkgever moeten bepalen in hoeverre hij zijn werknemer zal controleren. Met andere woorden: de werkgever zal zijn optimale respons q^* moeten kiezen als reactie op hetgeen hierboven als evenwicht is verondersteld.

Merk op dat de werkgever bij deze veronderstelling slechts de boodschap $m=\frac{3}{8}$ of $m=\frac{5}{8}$ kan ontvangen. Vanwege de symmetrie van het model geldt dat $q\left(\frac{3}{8}\right)=q\left(\frac{5}{8}\right)$.

Indien de werkgever de boodschap $m=\frac{3}{8}$ ontvangt, geldt voor zijn nutsfunctie:

$$\begin{aligned}
U_{werkgever,m=\frac{3}{8}} = & -\frac{1}{2}p*0^2-\frac{1}{2}(1-p)q*0^2-\frac{1}{2}(1-p)(1-q)(\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{1}{8})^2 \\
& +\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{8}\right)^2\Bigg)-\frac{1}{2}pq*0^2-\frac{1}{2}p(1-q)\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{8}\right)^2 \\
& -\frac{1}{2}(1-p)q*0^2-\frac{1}{2}(1-p)(1-q)(\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{1}{8})^2 \\
& +\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{8}\right)^2\Bigg)-\frac{1}{2}cq^2 \\
= & -\frac{1}{32}p(1-q)-\frac{3}{32}(1-p)(1-q)-\frac{1}{2}cq^2
\end{aligned}$$

Aan de hand van deze nutsfunctie kan de optimale respons van de werkgever, gegeven de veronderstelling berekend worden. Differentiëren van bovenstaande nutsfunctie van de werkgever naar q geeft:

$$\frac{dU}{dq}=\frac{3}{32}-cq-\frac{1}{16}p$$

Optimaliseren geeft:

$$\frac{3}{32} - cq - \frac{1}{16}p = 0$$

Oplossen geeft: $q^*\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{3-2p}{32c}$

De boodschappen $m = \frac{1}{8}$ en $m = \frac{7}{8}$ liggen uit het evenwicht, omdat in deze veronderstelling van evenwicht de werkgever slechts de boodschap $m = \frac{3}{8}$ of $m = \frac{5}{8}$ kan ontvangen. Indien de werkgever toch een boodschap van $m = \frac{1}{8}$ of $m = \frac{7}{8}$, zal hij uitgaan van een gelijkluidend signaal. Er geldt dan: $q^*\left(\frac{1}{8}\right) = q^*\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{(1-p)7}{32c}$ (zie paragraaf 3.1.1.).

Er geldt hier dus dat de werknemer bij $m = \frac{3}{8}$ en $m = \frac{5}{8}$ onder deze veronderstelling van evenwicht intensiever zal controleren dan de veronderstelling van evenwicht die gemaakt werd in de vorige paragraaf.

De reden hiervoor is het feit dat er bij een boodschap $m = \frac{3}{8}$ en $m = \frac{5}{8}$ er – gegeven de veronderstelling ten aanzien van het gedrag van de werknemer – naast een achterliggend signaal van respectievelijk $s = \frac{3}{8}$ en $s = \frac{5}{8}$, ook sprake kan zijn van een achterliggend signaal van $s = \frac{1}{8}$ respectievelijk $s = \frac{7}{8}$. Indien dit het geval is, zal dit resulteren in nutsverlies aan de kant van de werkgever (vergelijk de term $-(m-y)^2$ in zijn nutsfunctie), hetgeen betekent dat de werkgever intensiever zal controleren.

De mate van controle hangt daarnaast ook af van de kans p op een goed zelfbeeld van de werknemer en van de kosten c die de werkgever moet maken voor controle. Zie de paragraaf 3.1.1. voor de redenatie, die analoog toepasbaar is op deze veronderstelling ten aanzien van het gedrag van de werknemer die in deze paragraaf gemaakt is.

Merk voorts op dat bij en bij $m = \frac{3}{8}\, m = \frac{5}{8}$ nooit zal gelden dat $q^* = 0$, omdat zelfs bij een perfect zelfbeeld ($p = 1$), de werkgever in het geval van $s = \frac{1}{8}$ en $s = \frac{7}{8}$ verondersteld heeft dat de werknemer zal afwijken naar $m = \frac{3}{8}$ respectievelijk $m = \frac{5}{8}$.

3.2 De werknemer

Na de analyse van de reactie van de werkgever op de twee gemaakte veronderstellingen, wordt nu de werknemer beschouwd. De werknemer zal op zijn beurt reageren op de optimale mate van controle q^* door de werkgever. Er is evenwicht, indien de veronderstellingen aangaande het gedrag van de werknemer voor het bepalen van het optimale gedrag van de werkgever overeenkomen met het optimale gedrag van de werknemer. In het navolgende worden de condities waarvoor dit geldt opgesteld en nader geanalyseerd.

3.2.1 De evenwichtscondities waarbij geldt $\boldsymbol{m^*} = \boldsymbol{s}$ gegeven de optimale mate van controle ($\boldsymbol{q^*}$) van de werkgever

Eerst wordt wederom het extreme geval geanalyseerd waarbij geldt dat $p = 1$. Uit de reactie van de werkgever op de veronderstelling dat $s = m$ volgde dat dan gold dat $q^* = 0$. De werkgever zal de werknemer dus niet controleren. De term fq uit de nutsfunctie voor de werknemer wordt gelijk aan 0. Er geldt dan voor de nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer,p=1} = -(m - y)^2$$

Er geldt hier dat $s = y$, omdat het signaal van de werknemer altijd zijn werkelijke inkomen is, gezien het feit dat hij perfecte zelfkennis heeft.

Er zal hier altijd gelden: $m^* = s = y$ voor zowel $s = \frac{1}{8},\ s = \frac{3}{8}s,\ s = \frac{5}{8}$ als $s = \frac{7}{8}$.

Dit betekent dus dat er voor iedere waarde van s evenwicht is voor $p = 1$. De werkgever zal q^* als optimale mate van controle kiezen en de werknemer zal $m^* = s$ kiezen als optimale rapportage aan zijn werkgever.

Vervolgens wordt er nagegaan of er ook voor lagere waarden van p sprake is van evenwicht, waarbij de werkgever q^* zal kiezen als optimale mate van controle en de werknemer $m^* = s$ kiezen als optimale rapportage aan zijn werkgever.

Om te beoordelen onder welke conditie er sprake is van evenwicht dient er onderzocht te worden onder welke conditie geldt $m^* = s$, gegeven de optimale mate van controle q^* door de werkgever. Daartoe dienen twee ongelijkheden opgelost te worden:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}}$$

$$U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{1}{8}}$$

Omdat het model symmetrisch is gelden respectievelijk dezelfde condities voor:

$$U_{werknemer,s=\frac{7}{8},m=\frac{7}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{7}{8},m=\frac{5}{8}}$$

$$U_{werknemer,s=\frac{5}{8},m=\frac{5}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{5}{8},m=\frac{7}{8}}$$

De volgende conditie moet vanwege symmetrie altijd gelden:

$$U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{5}{8}}$$

Zie de bijlage 1 voor het wiskundig bewijs hiervoor.

Het vergelijken van het nutsniveaus van de werknemer bij $(s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8})$ en $(s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8})$

De optimale mate van controle q^* door de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m=\frac{1}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m=\frac{1}{8}\right)=\frac{(1-p)\left(\left(\frac{1}{8}\right)^2-\left(\frac{1}{8}\right)+\frac{21}{64}\right)}{c}=\frac{(1-p)\frac{7}{32}}{c}$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer}=-(m-y)^2-fq$$

Voor het geval dat $s=\frac{1}{8}$ en $m=\frac{1}{8}$ geldt het volgende. Er geldt $s=m$. Met een kans p geldt dat de werknemer een correct signaal ontvangt, in welk geval hij geen boete ontvangt. Met een kans $(1-p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1-p)(1-q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

Het nut van de werknemer die een signaal van $s=\frac{1}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m=\frac{1}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$\begin{aligned}
U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} &= -(m-y)^2-fq \\
&= -p*\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)^2-(1-p)q*0^2-\frac{3}{4}(1-p)qf \\
&\quad -(1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{1}{8}-\frac{2i+1}{8}\right)^2= \\
&= -\frac{3}{4}(1-p)qf-(1-p)(1-q)\left(\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{8}\right)^2\right. \\
&\quad \left.+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{5}{8}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\right)\right)=-\frac{3}{4}f(1-p)q-\frac{7}{32}(1-p)(1-q)
\end{aligned}$$

Invullen van $q^*(m=\frac{1}{8})=\frac{(1-p)\frac{7}{32}}{c}$ in deze expressie geeft:

$$\begin{aligned}
U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} &= -\frac{3}{4}f(1-p)*\frac{-\frac{7}{32}p+\frac{7}{32}}{c}-\frac{7}{32}(1-p)\left(1-\frac{-\frac{7}{32}p+\frac{7}{32}}{c}\right) \\
&= \frac{224cp-224c-168fp^2+336fp-168f+49p^2-98p+49}{1024c}
\end{aligned}$$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{3}{8}\right) = \frac{p\left(-\left(\frac{3}{8}\right)^2 + (\frac{3}{8}) - \frac{21}{64}\right) + (\frac{3}{8})^2 - (\frac{3}{8}) + \frac{21}{64}}{c} = \frac{(1-p)\frac{3}{32}}{c}$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer} = -(m-y)^2 - fq.$$

In het geval dat $s = \frac{1}{8}$ en $m = \frac{3}{8}$ geldt het volgende. De werknemer wijkt af van zijn signaal: $s \neq m$. Indien dit signaal correct is rapporteert de werknemer niet zijn juiste inkomen. Indien de werkgever dit controleert, ontvangt de werknemer een boete. De kans hierop is pq. Indien de werkgever er niet achter komt, zal er geen boete volgen en zal er met de afwijkende boodschap gewerkt worden. De kans hierop is $p(1-q)$. Met een kans $(1-p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1-p)(1-q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{1}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$\begin{aligned} U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}} &= -(m-y)^2 - fq \\ &= -pq * 0^2 - pfq - p(1-q)\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)^2 - (1-p)q * 0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf \\ &\quad - (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{3}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 = \\ &= -\frac{1}{16}p(1-q) - pqf - \frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{3}{8} - \frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{3}{8} \\ &\quad - \frac{3}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{7}{8}\right)^2\Big) \\ &= -\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{3}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q) \end{aligned}$$

Invullen van $q^*(m = \frac{3}{8}) = \frac{(1-p)\frac{3}{32}}{c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}} == \frac{32cp - 96c + 24fp^2 + 48fp - 72f + 3p^2 - 12p + 9}{1024c}$$

Om te beoordelen onder welke conditie er sprake is van een evenwicht dient de volgende ongelijkheid opgelost te worden:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}}$$

Dit geeft:

$$\frac{224cp - 224c - 168fp^2 + 336fp - 168f + 49p^2 - 98p + 49}{1024c} > \frac{32cp - 96c + 24fp^2 + 48fp - 72f + 3p^2 - 12p + 9}{1024c}$$

Vereenvoudigen geeft dat er evenwicht is indien geldt dat:

$$\frac{192cp - 128c - 192fp^2 + 288fp - 96f + 46p^2 - 86p + 40}{1024c} > 0$$

Bovenstaande uitdrukking geeft belangrijke informatie van het effect van de mate waarin de werknemer zijn eigen prestaties kan inschatten (p), het effect van de boete (f) en het effect van de kosten voor controle (c).

Oplossen van deze uitdrukking naar p geeft:

$$\frac{96c + 144f + \sqrt{9216c^2 + 3072cf - 2368c + 2304f^2 - 288f + 9} - 43}{192f - 46} < p \leq 1$$

Indien bijvoorbeeld geldt dat $f = 0$ en $c = 0{,}26051$ is er bijvoorbeeld sprake van het volgende evenwicht:

$$0{,}3 < p \leq 1$$

Uit deze uitdrukking volgt dat er sprake is van evenwicht als de waarde van p hoog genoeg is. De werknemer krijgt dan namelijk een zodanig vertrouwen in zijn signaal s dat hij dit signaal s zal volgen in zijn boodschap m. Het evenwichtsinterval hangt naast p tevens af van c en f.

Om te bepalen hoe het evenwicht afhangt van de boete f wordt de uitdrukking $\frac{192cp-128c-192fp^2+288fp-96f+46p^2-86p+40}{1024c}$ gedifferentieerd naar f:

$$\frac{d}{df}\frac{192cp - 128c - 192fp^2 + 288fp - 96f + 46p^2 - 86p + 40}{1024c} = \frac{-6p^2 + 9p - 3}{32c}$$

Indien geldt dat $\frac{-6p^2+9p-3}{32c} > 0$, dan geldt dat de functie stijgend is in f en er is dus eerder sprake is van evenwicht indien de boete f stijgt.

Oplossen van $\frac{-6p^2+9p-3}{32c} > 0$ geeft:

$$\frac{1}{2} < p < 1$$

Er geldt dus dat indien de kans p op een correct zelfbeeld hoger is dan $\frac{1}{2}$, er geldt dat er eerder sprake is van evenwicht indien de boete f stijgt. Indien de kans p op een correct zelfbeeld lager is dan $\frac{1}{2}$, dan geldt dat de werknemer bij een hogere boete f eerder zal afwijken.

Dit resultaat valt als volgt te verklaren. Indien de werknemer een relatief goed zelfbeeld ($p > \frac{1}{2}$) heeft, krijgt hij een groter vertrouwen in zijn signaal s. Om de boete te ontlopen, is het dus verstandig om zijn signaal te volgen. Indien de werknemer een relatief slecht zelfbeeld ($p < \frac{1}{2}$) heeft, krijgt hij een kleiner vertrouwen in zijn signaal s. Om de (hogere) boete f te ontlopen, zal hij dus afwijken, omdat bij $m = \frac{3}{8}$ de kans op controle kleiner is en de kans om een boete te krijgen dus ook kleiner is. De werknemer wil aldus controle vermijden, omdat hij weinig vertrouwen in zijn signaal s heeft. Door controle te vermijden, zal hij proberen de (hogere) boete f te ontlopen.

Het instellen van een hogere boete f is dus een goede manier om een werknemer die zichzelf relatief goed kan inschatten, zijn signaal te laten rapporteren. Een werknemer die zichzelf relatief slecht kan inschatten, zal juist eerder afwijken naar het midden.

In het vervolg wordt het effect van de boete f uitgeschakeld en wordt er dus gesteld $f = 0$.

Stel dat geldt dat een werknemer zijn prestaties in het geheel niet kan inschatten. Er geldt dan $p = 0$.

Er geldt nu voor de evenwichtsconditie $\frac{192cp-128c-192fp^2+288fp-96f+46p^2-86p+40}{1024c} > 0$:

$$\frac{-128c+40}{1024c} > 0$$

Oplossen geeft dat indien $c < \frac{5}{16}$, er evenwicht is en de werknemer zijn signaal zal rapporteren. De werknemer is in dit geval totaal niet zeker van zijn zaak ($p = 0$) en er is geen boete ($f = 0$). Bij kleine waarden van c zal de werknemer zijn signaal volgen en $m = \frac{1}{8}$ rapporteren. Dit valt te verklaren door het feit dat de werknemer gecontroleerd wíl worden. Het is nodig dat de kosten voor controle laag zijn, omdat de werknemer anders het risico loopt niet gecontroleerd te worden, waardoor er nutsverlies op de loer ligt. Het potentiële nutsverlies ligt bij $m = \frac{1}{8}$ nu eenmaal hoger dan bij $m = \frac{3}{8}$.

In het geval dat geldt dat de werknemer zijn prestaties perfect kan inschatten ($p = 1$), geldt dan voor de evenwichtsconditie $\frac{192cp-128c-192fp^2+288fp-96f+46p^2-86p+40}{1024c} > 0$

$$\frac{1}{16} > 0$$

Bovenstaande geldt altijd, hetgeen betekent dat indien geldt dat $p = 1$, de werknemer zijn signaal altijd zal volgen. Dit is logisch, omdat de werknemer zijn werkelijke inkomen wil rapporteren. Indien geldt dat $p = 1$, zal altijd gelden dat $s = y$, waardoor het rapporteren van het signaal s altijd het hoogste nutsniveau zal geven (zie ook het begin van deze paragraaf).

Het vergelijken van het nutsniveau van de werknemer bij ($s = \frac{3}{8}, m = \frac{3}{8}$) en ($s = \frac{3}{8}, m = \frac{1}{8}$)

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{3}{8}\right) = \frac{(1-p)(\left(\frac{3}{8}\right)^2 - (\frac{3}{8}) + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)3}{32c}$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{1}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{1}{8}\right) = \frac{(1-p)((\frac{1}{8})^2 - (\frac{1}{8}) + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)7}{32c}$

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{3}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{3}{8}} = -(m-y)^2 - fq$$

$$= -p * \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right)^2 - (1-p)q * 0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf$$

$$- (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{3}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 =$$

$$= -\frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{3}{8} - \frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{3}{8} - \frac{3}{8})^2$$

$$+ \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{7}{8}\right)^2\Big) = -\frac{3}{4}f(1-p)q - \frac{3}{32}(1-p)(1-q)$$

Invullen van $q^*(m = \frac{3}{8}) = \frac{(1-p)\frac{3}{32}}{c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{3}{8}} = \frac{96cp - 96c - 72fp^2 + 144fp - 72f + 9p^2 - 18p + 9}{1024c}$$

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{3}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{1}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{1}{8}} = -(m-y)^2 - fq$$

$$= -pq * 0^2 - pfq - p(1-q)\left(\frac{1}{8} - \frac{3}{8}\right)^2 - (1-p)q * 0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf$$

$$- (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{1}{8} - \frac{2i+1}{8})^2$$

$$= -\frac{1}{16}p(1-q) - pqf - \frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{1}{8} - \frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{1}{8}$$

$$- \frac{3}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8} - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8} - \frac{7}{8}\right)^2\Big)$$

$$= -\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{7}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q)$$

Invullen van $q^*(m = \frac{1}{8}) = \frac{(1-p)\frac{7}{32}}{c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{1}{8}} = \frac{160cp - 224c + 56fp^2 + 112fp - 168f + 35p^2 - 84p + 49}{1024c}$$

Om te beoordelen onder welke conditie er sprake is van een evenwicht dient de volgende ongelijkheid opgelost te worden:

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{1}{8}}$$

Dit geeft:

$$\frac{96cp - 96c - 72fp^2 + 144fp - 72f + 9p^2 - 18p + 9}{1024c} > \frac{160cp - 224c + 56fp^2 + 112fp - 168f + 35p^2 - 84p + 49}{1024c}$$

Vereenvoudigen geeft dat er evenwicht is indien geldt dat:

$$\frac{-64cp + 128c - 128fp^2 + 32fp + 96f - 26p^2 + 66p - 40}{1024c} > 0$$

Ook bovenstaande uitdrukking geeft belangrijke informatie van het effect van de mate waarin de werknemer zijn eigen prestaties kan inschatten (p), het effect van de boete (f) en het effect van de kosten voor controle (c).

Oplossen van deze uitdrukking naar p geeft:

$$\frac{-32c + 16f - \sqrt{1024c^2 + 15360cf + 1216c + 12544f^2 - 1568f + 49} + 33}{128f + 26} < p \leq 1$$

Indien geldt dat $f = 0$ en $c = 0{,}26051$ is er bijvoorbeeld sprake van het volgende evenwicht:

$$0{,}14617 < p \leq 1$$

Uit deze uitdrukking volgt dat er sprake is van evenwicht als de waarde van p hoog genoeg is. De werknemer krijgt dan namelijk een zodanig vertrouwen in zijn signaal s dat hij dit signaal s zal volgen in zijn boodschap m. Het evenwichtsinterval hangt naast p tevens af van c en f.

Om te bepalen hoe het evenwicht afhangt van de boete f wordt de uitdrukking $\frac{-64cp+128c-128fp^2+32fp+96f-26p^2+66p-40}{1024c}$ gedifferentieerd naar f:

$$\frac{d}{df}\frac{-64cp + 128c - 128fp^2 + 32fp + 96f - 26p^2 + 66p - 40}{1024c} = \frac{-4p^2 + p + 3}{32c}$$

Indien geldt dat $\frac{-4p^2+p+3}{32c} > 0$, dan geldt dat de functie stijgend is in f en er is dus eerder sprake is van evenwicht indien de boete f stijgt.

Oplossen van $\frac{-4p^2+p+3}{32c} > 0$ geeft:

$$p < 1$$

Er geldt dus voor iedere waarde van p dat indien de boete f toeneemt, er sneller sprake is van evenwicht. Waar het in de vorige situatie nog lucratief kon zijn om af te wijken, teneinde controle door de werkgever te ontlopen, gaat dit hier niet op. De boete is hier een prikkel voor de werknemer om zijn signaal s te rapporteren.

In het vervolg wordt het effect van de boete f uitgeschakeld en wordt er dus gesteld $f = 0$.

Stel dat geldt dat een werknemer zijn prestaties in het geheel niet kan inschatten. Er geldt dan $p = 0$.

Er geldt nu na vereenvoudigen voor de evenwichtsconditie $\frac{-64cp+128c-128fp^2+32fp+96f-26p^2+66p-40}{1024c} > 0$:

$$\frac{128c - 40}{1024c} > 0$$

Oplossen geeft dat indien $c > \frac{5}{16}$, er evenwicht is en de werknemer zijn signaal zal rapporteren. De werknemer is in dit geval totaal niet zeker van zijn zaak ($p = 0$) en er is geen boete ($f = 0$). Bij kleine waarden van c zal de werknemer afwijken naar $m = \frac{1}{8}$. Dit valt te verklaren door het feit dat de werknemer gecontroleerd wíl worden. Het is nodig dat de kosten voor controle laag zijn, omdat de werknemer anders het risico loopt niet gecontroleerd te worden, waardoor er nutsverlies op de loer ligt. Het potentiële nutsverlies is hoger bij $m = \frac{1}{8}$ dan bij $m = \frac{3}{8}$.

In het geval dat geldt dat de werknemer zijn prestaties perfect kan inschatten ($p = 1$), geldt na vereenvoudigen voor de evenwichtsconditie $\frac{-64cp+128c-128fp^2+32fp+96f-26p^2+66p-40}{1024c} > 0$

$$\frac{1}{16} > 0$$

Bovenstaande geldt altijd, hetgeen betekent dat indien geldt dat $p = 1$, de werknemer zijn signaal altijd zal volgen. Zie voor de redenering het vorige onderdeel.

3.2.2 De evenwichtsconditie waarbij geldt $\boldsymbol{m^* = s}$ bij $\boldsymbol{s = \frac{3}{8}}$ en $\boldsymbol{s = \frac{5}{8}}$ en $\boldsymbol{(s = \frac{1}{8}, m^* = \frac{3}{8})}$ en $\boldsymbol{(s = \frac{7}{8}, m^* = \frac{5}{8})}$ gegeven de optimale *investigation probability* $\boldsymbol{(q^*)}$ van de werkgever

Om te beoordelen onder welke conditie er sprake is van evenwicht dient er onderzocht te worden onder welke conditie geldt dat de werknemer de boodschap $m^* = \frac{3}{8}$ rapporteert bij $s = \frac{1}{8}$ en $s = \frac{3}{8}$ en de boodschap $m^* = \frac{5}{8}$ rapporteert bij $s = \frac{5}{8}$ en $s = \frac{7}{8}$ gegeven de optimale mate van controle q^* door de werkgever. Daartoe dienen twee ongelijkheden opgelost te worden:

$$U_{werknemer, s=\frac{1}{8}, m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer, s=\frac{1}{8}, m=\frac{1}{8}}$$

$$U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer, s=\frac{3}{8}, m=\frac{1}{8}}$$

Omdat het model symmetrisch is gelden respectievelijk dezelfde condities voor:

$$U_{werknemer, s=\frac{7}{8}, m=\frac{5}{8}} > U_{werknemer, s=\frac{7}{8}, m=\frac{7}{8}}$$

$$U_{werknemer, s=\frac{5}{8}, m=\frac{5}{8}} > U_{werknemer, s=\frac{5}{8}, m=\frac{7}{8}}$$

Het vergelijken van het nutsniveaus van de werknemer bij $(s = \frac{1}{8}, m = \frac{3}{8})$ en $(s = \frac{1}{8}, m = \frac{1}{8})$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{3}{8}\right) = \frac{3-2p}{32c}$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer} = -(m - y)^2 - fq$$

In het geval dat $s = \frac{1}{8}$ en $m = \frac{3}{8}$ geldt het volgende. De werknemer wijkt af van zijn signaal: $s \neq m$. Indien dit signaal correct is rapporteert de werknemer niet zijn juiste inkomen. Indien de werkgever dit controleert, ontvangt de werknemer een boete. De kans hierop is pq. Indien de werkgever er niet achter komt, zal er geen boete volgen en zal er met de afwijkende boodschap gewerkt worden. De kans hierop is $p(1 - q)$. Met een kans $(1 - p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1 - p)(1 - q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{1}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}} = -(m-y)^2 - fq$$

$$= -pq*0^2 - pfq - p(1-q)\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{8}\right)^2 - (1-p)q*0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf$$

$$-(1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{3}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 =$$

$$= -\frac{1}{16}p(1-q) - pqf - \frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{3}{8}$$

$$-\frac{3}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{8}\right)^2\Bigg)$$

$$= -\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{3}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q)$$

Invullen van $q^*\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{3-2p}{32c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}} = \frac{32cp-96c+16fp^2+24fp-72f+2p^2-9p+9}{1024c}$$

De optimale mate van controle q^* door de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{1}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{1}{8}\right) = \frac{(1-p)7}{32c}$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer} = -(m-y)^2 - fq$$

Voor het geval dat $s = \frac{1}{8}$ en $m = \frac{1}{8}$ geldt het volgende. Er geldt $s = m$. Met een kans p geldt dat de werknemer een correct signaal ontvangt, in welk geval hij geen boete ontvangt. Met een kans $(1-p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1-p)(1-q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} = -(m-y)^2 - fq$$

$$= -p*\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)^2 - (1-p)q*0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf$$

$$-(1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{1}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 =$$

$$= -\frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)(\frac{1}{4}(\frac{1}{8}-\frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{1}{8}-\frac{3}{8})^2$$

$$+\frac{1}{4}(\frac{1}{8}-\frac{5}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\right)) = -\frac{3}{4}f(1-p)q - \frac{7}{32}(1-p)(1-q)$$

Invullen van $q^*\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{(1-p)7}{32c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}} = \frac{224cp - 224c - 168fp^2 + 336fp - 168f + 49p^2 - 98p + 49}{1024c}$$

Om te beoordelen onder welke conditie er sprake is van een evenwicht dient de volgende ongelijkheid opgelost te worden:

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}}$$

Dit geeft:

$$\frac{32cp - 96c + 16fp^2 + 24fp - 72f + 2p^2 - 9p + 9}{1024c} > \frac{224cp - 224c - 168fp^2 + 336fp - 168f + 49p^2 - 98p + 49}{1024c}$$

Vereenvoudigen geeft:

$$\frac{-192cp + 128c + 184fp^2 - 312fp + 96f - 47p^2 + 89p - 40}{1024c} > 0$$

Oplossen van deze uitdrukking naar p geeft:

$$0 \leq p < \frac{192c + 312 - \sqrt{36864c^2 + 25600cf - 10112c + 26688f^2 - 8048f + 401} - 89}{368f - 94}$$

Er geldt hier dat als er sprake is van evenwicht als p laag genoeg is. De werknemer zal willen afwijken indien zijn vertrouwen in zijn signaal lager komt te liggen, omdat daar de kans op controle door de werkgever en dus de kans op de boete lager ligt.

Het vergelijken van het nutsniveaus van de werknemer bij $(s=\frac{3}{8}, m=\frac{3}{8})$ en $(s=\frac{3}{8}, m=\frac{1}{8})$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m=\frac{3}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m=\frac{3}{8}\right)=\frac{3-2p}{32c}$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer}=-(m-y)^2-fq$$

Voor het geval dat $s=\frac{3}{8}$ en $m=\frac{3}{8}$ geldt het volgende. Er geldt $s=m$. Met een kans p geldt dat de werknemer een correct signaal ontvangt, in welk geval hij geen boete ontvangt. Met een kans $(1-p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1-p)(1-q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

$$U_{werknemer,s=\frac{1}{8},m=\frac{1}{8}}==-(m-y)^2-fq$$
$$=\ -p*\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)^2-(1-p)q*0^2-\frac{3}{4}(1-p)qf$$
$$-(1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{1}{8}-\ \frac{2i+1}{8})^2=$$
$$=-\frac{3}{4}(1-p)qf-(1-p)(1-q)(\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{1}{8})^2+\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{3}{8})^2$$
$$+\frac{1}{4}(\frac{3}{8}-\frac{5}{8})^2+\frac{1}{4}\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{8}\right))=\ -\frac{3}{4}f(1-p)q-\frac{3}{32}(1-p)(1-q)$$

Invullen van $q^*\left(\frac{3}{8}\right)=\ \frac{3-2p}{32c}$ in deze expressie geeft:

$$U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}}=\frac{92cp-96c-48fp^2+120fp-72f+6p^2-15p+9}{1024c}$$

Er geldt voor de algemene nutsfunctie van de werknemer:

$$U_{werknemer}=-(m-y)^2-fq$$

In het geval dat $s=\frac{3}{8}$ en $m=\frac{1}{8}$ geldt het volgende. De werknemer wijkt af van zijn signaal: $s\neq m$. Indien dit signaal correct is rapporteert de werknemer niet zijn juiste inkomen. Indien de werkgever dit controleert, ontvangt de werknemer een boete. De kans hierop is pq. Indien de werkgever er niet achter komt, zal er geen boete volgen en zal er met de afwijkende boodschap gewerkt worden. De kans hierop is $p(1-q)$. Met een kans $(1-p)q$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal ontvangt, waarbij de werkgever erachter komt dat de boodschap niet klopt, indien het signaal incorrect is geweest. De werknemer zal een boete krijgen, tenzij zijn boodschap toevallig goed is geweest (de kans daarop is $\frac{1}{4}$). Met een kans $(1-p)(1-q)$ geldt dat de werknemer een willekeurig signaal krijgt, waarbij de werkgever er niet achter komt dat de boodschap van de werknemer niet klopt.

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s=\frac{3}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m=\frac{1}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$
\begin{aligned}
U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{1}{8}} &= -(m-y)^2 - fq \\
&= -pq*0^2 - pfq - p(1-q)\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{8}\right)^2 - (1-p)q*0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf \\
&\quad - (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{1}{8}-\frac{2i+1}{8}\right)^2 = \\
&= -\frac{1}{16}p(1-q) - pqf - \frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}\right.\right. \\
&\quad \left.\left.-\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{5}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\right)^2\right) \\
&= -\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{7}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q)
\end{aligned}
$$

Invullen van $q^*\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{(1-p)7}{32c}$ in deze expressie geeft:

$$
U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{1}{8}} = \frac{160cp - 224c + 56fp^2 + 112fp - 168f + 35p^2 - 84p + 49}{1024c}
$$

Bij evenwicht geldt er

$$
U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{1}{8}}
$$

Dit geeft:

$$
\frac{92cp - 96c - 48fp^2 + 120fp - 72f + 6p^2 - 15p + 9}{1024c} > \frac{160cp - 224c + 56fp^2 + 112fp - 168f + 35p^2 - 84p + 49}{1024c}
$$

Vereenvoudigen geeft:

$$
\frac{-68cp + 128c - 104fp^2 + 8fp + 96f - 29p^2 + 69p - 40}{1024c} > 0
$$

Oplossen van deze uitdrukking naar p geeft:

$$
\frac{-68c + 8f + \sqrt{4624c^2 + 52160cf + 5464c + 40000f - 4400f + 121} + 69}{208f + 58} < p \leq 1
$$

Ook hier geldt dat er sprake van evenwicht is indien p laag genoeg is. Zie analoog het tweede onderdeel van paragraaf 3.2.1.

4. Conclusie

Een simpel model geeft inzicht in de manier waarop zelfrapportage van de werknemer aan de werkgever ten aanzien van diens prestaties in een vorige periode in zijn werk gaat.

Uit het model volgt ten eerste dat een werkgever eerder geneigd is de zelfrapportage van zijn werknemer te controleren indien de werknemer zijn prestaties richting de werkgever erg hoog rapporteert of juist erg laag rapporteert, indien de werkgever veronderstelt dat de werknemer zijn zelfperceptie in zijn rapportage zal volgen. Er wordt aldus bewijs gevonden voor de *centrality bias.*

Ten tweede is aangetoond dat indien een werknemer correct aan zijn werkgever wil rapporteren, hij zijn perceptie van zichzelf eerder zal volgen indien de kans dat deze perceptie overeenkomt met de werkelijkheid toeneemt.

Ten derde laat het onderzoek zien dat het effect van een boete bij foute rapportage ambivalent is. Als het vermogen van een werknemer om zichzelf te beoordelen laag ligt, zal een (hogere) boete ervoor zorgen dat de werknemer af zal wijken naar het midden en dus “gemiddeld” zal gaan rapporteren. Hij kiest er dan voor om de kans op controle door zijn werkgever zo laag mogelijk te laten zijn, omdat hij weet dat hij zichzelf niet goed kan inschatten. Er is dan sprake van een *centrality bias* aan de zijde van de werknemer. Indien het vermogen van een werknemer om zichzelf te beoordelen echter hoger ligt, zal een (hogere) boete er juist voor zorgen dat de werknemer in zijn rapportage zijn zelfperceptie zal volgen. De kans om de boete te ontlopen is dan namelijk het grootst.

Tenslotte geldt dat indien de kosten voor controle aan de zijde van de werkgever laag zijn en het effect van de boete uitgeschakeld wordt, de werknemer die zichzelf minder goed kan beoordelen, erg hoog of erg laag zal rapporteren, omdat hij gecorrigeerd wil worden door zijn werkgever. Indien een werknemer zichzelf perfect kan inschatten, zal hij altijd zijn inschatting volgen, hetgeen intuïtief logisch te noemen is.

Zoals ieder onderzoekt, kent ook dit onderzoek zijn beperkingen. Hieronder volgen een aantal suggesties voor verder onderzoek.

Dit model is discreet. De prestatie van de werknemer kan slechts vier waarden aannemen. Het model zal realistischer worden indien de prestatie op een continue schaal weergegeven zullen worden. Ook is als uitgangspunt genomen dat de werknemer de waarheid wíl vertellen aan zijn werkgever. Hij zal niet te kwader trouw afwijken, om bijvoorbeeld in een volgende periode aanspraak te maken op een hogere beloning. Het model zal uitgebreid kunnen worden, indien deze mogelijkheid wel toegelaten zal worden. Tevens ziet dit onderzoek slechts op de beoordeling van één gewerkte periode en wordt er niet ingegaan op langdurigere arbeidsrelaties. Tenslotte worden er slechts evenwichten in *pure strategy* geanalyseerd. De evenwichten in *mixed strategy* worden buiten beschouwing gelaten, hetgeen ruimte laat voor verder onderzoek.

5. Bijlage

5.1 Bijlage 1

In het navolgende wordt het wiskundig bewijs geleverd voor het feit dat voor de werknemer altijd geldt:

$$U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}} > U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{5}{8}}$$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{3}{8}\right) = \frac{(1-p)(\left(\frac{3}{8}\right)^2 - (\frac{3}{8}) + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)3}{32c}$

De q^* van de werkgever bij een werknemer die een boodschap van $m = \frac{5}{8}$ rapporteert bedraagt: $q^*\left(m = \frac{5}{8}\right) = \frac{(1-p)(\left(\frac{5}{8}\right)^2 - (\frac{5}{8}) + \frac{21}{64})}{c} = \frac{(1-p)3}{32c}$

Er geldt $q^*\left(m = \frac{3}{8}\right) = q^*\left(m = \frac{5}{8}\right)$, ongeacht de waarde van p en c. Dit is logisch, gezien het feit dat het model symmetrisch is.

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{3}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{3}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$\begin{aligned}
U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{3}{8}} &= -(m-y)^2 - fq \\
&= -p * \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right)^2 - (1-p)q * 0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf \\
&- (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{3}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 = \\
&= -\frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{3}{8} - \frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{3}{8} - \frac{3}{8})^2 \\
&+ \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{8} - \frac{7}{8}\right)^2\right) = -\frac{3}{4}f(1-p)q - \frac{3}{32}(1-p)(1-q)
\end{aligned}$$

Het verwachte nut van de werknemer die een signaal van $s = \frac{3}{8}$ ontvangt en een boodschap van $m = \frac{5}{8}$ rapporteert, bedraagt:

$$U_{werknemer,s=\frac{3}{8},m=\frac{5}{8}} = -(m-y)^2 - fq$$

$$= -pq * 0^2 - pfq - p(1-q)\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\right)^2 - (1-p)q * 0^2 - \frac{3}{4}(1-p)qf$$

$$- (1-p)(1-q)\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}(\frac{5}{8} - \frac{2i+1}{8})^2 =$$

$$= -\frac{1}{16}p(1-q) - pqf - \frac{3}{4}(1-p)qf - (1-p)(1-q)[\frac{1}{4}(\frac{5}{8}-\frac{1}{8})^2 + \frac{1}{4}(\frac{5}{8}$$

$$-\frac{3}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{5}{8}-\frac{5}{8})^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{5}{8}-\frac{7}{8}\right)^2\right)$$

$$= -\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{3}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q)$$

Er moet gelden:

$$-\frac{3}{4}f(1-p)q - \frac{3}{32}(1-p)(1-q) >$$

$$-\frac{3}{4}f(1-p)q - fpq - \frac{3}{32}(1-p)(1-q) - \frac{1}{16}p(1-q)$$

Vereenvoudigen geeft:

$$-fpq - \frac{1}{16}p(1-q) < 0$$

Omdat $f, p, q > 0$ klopt bovenstaande expressie altijd, ongeacht de waarde van f, p en q.

De conclusie is dus dat de werknemer die een signaal van $\frac{3}{8}$ ontvangt, nooit zal afwijken naar $\frac{5}{8}$ in zijn boodschap m. Wegens de symmetrie van het model geldt ook dat de werknemer die een signaal van $\frac{5}{8}$ ontvangt, nooit zal afwijken naar $\frac{3}{8}$ in zijn boodschap m.

6. Bronvermelding

Bol, J. (2008). *The determinants and performance effects of managers' performance evaluation biases.* The Accounting Review 85(5), 1549-1575.

C., P. (1999). *The provision of incentives in firms.* Journal of Economic Literature 37(1), 7-63.

J., M., & K., A. (1980). *Experience, performance, and earnings.* Quarterly Journal of Economics 95(4), 703-36.

Jawahar, I., & Williams, C. (1997). *ìWhere all the children are above average: the performance appraisal purpose effect.* Personnel Psychology 50, 905-926.

Kamphorst, J., & Swank, O. (2015). *The role of performance appraisals in motivating employees.* Rotterdam: Erasmus School of Economics; Tinbergen Institute.

Motowidlo, S., & Borman, W. (1977). *Behaviorally anchored scales for measuring morale in military units.* Journal of Applied Psychology 62, 177-183.

Napier, N., & Latham, G. (1986). *Outcome expectancies of people who conduct performance appraisels.* Boise: Personnel Psychology 39.

Tziner, A., Murphy, K., & Cleveland, J. (2001). *Relationships between attitudes towards organisations and performance appraisal system and rating behaviour.* International Journal of Selection and Assessment 9(3).