ERASMUS UNIVERSITEIT ROTTERDAM
Erasmus School of Economics
Bachelorscriptie Algemene Economie

Collusie in het geval van informatieasymmetrie

In de wetenschappelijke literatuur is een aantal papers geschreven over collusie. In de speltheorie is collusie een belangrijk begrip. In herhaalde spellen kan collusie een evenwicht zijn, mits beide spelers genoeg geduld hebben. In de theoretische wetenschap is informatieasymmetrie in herhaalde spellen vaak genegeerd. Echter kan in de praktijk door bijvoorbeeld het lekken van informatie een situatie met asymmetrische informatie ontstaan. In deze paper worden enkele voorwaarden gecreëerd waaronder er een oplossing tot het probleem van informatieasymmetrie in herhaalde spellen wordt gevonden. Er wordt geconcludeerd dat er een evenwicht te vinden is als er gebruik wordt gemaakt van zijbetalingen.

Naam:	Martijn de Wit
Studentnummer:	388484
Begeleider:	Otto Swank
Tweede beoordelaar:	Suzanne Bijkerk

Datum definitieve versie: 12/07/2017

1. Introductie

Artikel 101 van het *Verdrag betreffende de werking van de Europese Unie* (TFEU) kan in een zin worden samengevat: economische kartels (collusie) zijn verboden (The Member States, 2008). Collusie uitvoeren in de praktijk geeft bedrijven een bepaalde marktmacht die ze anders niet gehad zouden hebben (Motta, 2004). Echter is collusie een belangrijk begrip in de economische speltheorie en het kan een evenwicht zijn in herhaalde spellen. Het Folk theorema van Friedman is gebaseerd op collusie (Friedman, 1971). Dit theorema vertelt ons dat bij een dusdanig niveau van geduld (als de discountfactor de waarde 1 nadert) spelers tot een coöpererend evenwicht kunnen komen. Er wordt onderscheid gemaakt tussen twee soorten collusie: stilzwijgend en expliciet (Motta, 2004). Hier duidt het eerste geval op een manier van collusie waar geen duidelijke afspraken worden gemaakt. In het geval van expliciete collusie vindt er communicatie plaats en dit leidt tot een concurrentiebelemmerende uitkomst. Daarnaast kan er op verschillende vlakken sprake zijn van concurrentiebelemmerende afspraken. Enkele voorbeelden zijn: afspraken op basis van prijs, hoeveelheid en plaats van aanbieden

Haltiwanger en Harrington (1991) en Rotemberg en Saloner (1986) schreven interessante artikelen over de stabiliteit van prijskartels. Haltiwanger en Harrington (1991) concludeerden dat een kartel het minst stabiel is tijdens laagconjunctuur. Daarentegen concludeerden Rotemberg en Saloner (1986) dat kartels het minst stabiel zijn in tijden van hoogconjunctuur. Er werd echter een verschillende definitie gebruikt voor hoog- en laagconjunctuur. Zo impliceerden Haltiwanger en Harrington (1991) dat hoogconjunctuur vandaag ook hoogconjunctuur morgen betekent. Rotemberg en Saloner (1986) daarentegen namen aan dat hoogconjunctuur vandaag laagconjunctuur morgen betekent. De intuïtieve verklaring achter de uitkomsten was exact gelijk. Als de vraag hoog is, is afwijken vandaag effectiever doordat er relatief een hogere afwijkingswinst wordt behaald. Aangezien de verwachte vraag in de toekomst zal dalen, is het straffen minder effectief. Dus als de vraag neigt te dalen, is het zeer waarschijnlijk dat de kartelstabiliteit daalt.

In deze paper wordt de focus gelegd op hoeveelheidkartels. In het geval van hoeveelheidkartels worden er afspraken gemaakt over de hoeveelheid die de bedrijven zullen aanbieden. De intuïtieve verklaring hierachter is dat bedrijven hun productieniveau zullen verlagen zodat de prijs stijgt en er een hogere winst behaald wordt dan in het geval van competitie. In papers over dit onderwerp ligt de focus meestal op het interne gedrag van de leden van het kartel. Roberts (1983) was de eerste die het probleem schetste van kartelstabiliteit in het geval van incomplete informatie en verschillen in kosten. Hij creëerde een model waarin twee type bedrijven mogelijk zijn: een bedrijf met lage en een bedrijf met hoge marginale kosten. Beide bedrijven hebben slechts informatie over hun eigen kosten. Er werd geconcludeerd dat er geen evenwicht met collusie in het herhaalde spel te vinden was zonder gebruik van zijbetalingen. Roberts (1983) negeerde echter een belangrijk aspect in de economische speltheorie: de geloofwaardige dreiging (*credible threat*). Geloofwaardige dreiging houdt in dat spelers de optie hebben een kartel te breken zodra een andere speler besluit van de overeenkomst af te wijken. Green en Porter (1984) waren de eerste die deze zogenoemde *trigger strategie* meenamen in hun model. Echter analyseerden zij in hun model een situatie waarin de bedrijven symmetrisch waren. Ook werd *ruis* in de vraag geïmpliceerd, waardoor bedrijven via de prijs imperfecte informatie ontvingen over de output van het andere bedrijf. Er werd geconcludeerd dat er een evenwicht bestond als bedrijven coöpereren totdat de prijs onder een bepaald niveau daalt. Als de prijs onder dit niveau daalt, zal er sprake zijn van een prijsoorlog. Vanaf dit moment is er geen sprake meer van collusie en zullen beide bedrijven de Cournot output spelen. De *trigger strategie* werd ook meegenomen in het model van Cramton en Palfrey (1990). In hun paper werd echter een andere assumptie gemaakt: er werd aangenomen dat het type bedrijf een continue variabele was in plaats van de discrete variabele die het in de papers van Roberts (1983) en Green en Porter (1984) was. In het model van Cramton en Palfrey (1990) werd geconcludeerd dat de kartelstabiliteit bij het toevoegen van zijbetalingen sterk toenam.

Het probleem van asymmetrische informatie tijdens kartelvorming is echter niet vaak behandeld. In dit probleem spelen averechtse selectie en moreel gevaar een belangrijke rol. Averechtse selectie ontstaat wanneer preferenties van andere spelers imperfect te observeren zijn (Roberts K. , 1985). Moreel gevaar ontstaat als gedrag van andere spelers imperfect te observeren is. Het probleem van asymmetrische informatie bij collusie is waar de focus van deze paper op ligt. Er wordt gekeken of er een Nash-evenwicht te vinden is in een herhaald Cournot spel met informatieasymmetrie. De rest van de paper ziet er als volgt uit. Er worden eerst enkele algemene opmerkingen geplaatst over de modellen. Daarna worden er drie modellen opgesteld. Model A fungeert hier als basismodel. Er kan in vervolgconclusies worden verwezen naar de uitkomsten van model A. In model B wordt er getracht een evenwicht te vinden in een statisch spel zonder zijbetalingen. Ook wordt er hier gekeken of de speler met volledige informatie een prikkel heeft om zijn informatie niet correct te publiceren. In model C worden er zijbetalingen toegevoegd. Nadat de modellen zijn opgesteld wordt er een mogelijke praktische toepassing toegevoegd waarin wordt uitgelegd hoe deze theorie relevant kan zijn voor de praktijk. Daarna wordt een conclusie getrokken op basis van de modellen. Tot slot wordt er een onderdeel discussie toegevoegd waarin de tekortkomingen van de modellen aan het licht komen en eventuele implicaties voor vervolgonderzoek worden gedaan.

2. Modellen

Er worden drie modellen opgesteld waarin enkele algemene assumpties gelden. In de fictieve markt opereren twee bedrijven. Vanaf heden worden deze aangeduid als respectievelijk speler 1 en speler 2. Er worden homogene goederen geproduceerd en er wordt geconcurreerd op basis van hoeveelheden. Ook wordt aangenomen dat ieder geproduceerd product wordt verkocht, waardoor productie (output) gelijk is aan afzet. Er wordt gebruik gemaakt van de standaard Cournot berekeningen om tot oplossingen te komen, tenzij anders is aangegeven. Voor de statische spellen wordt bij het komen tot oplossingen gebruikt gemaakt van achterwaartse inductie (*backward induction*). In een dynamisch oneindig spel kan dit concept echter niet worden gebruikt (Gibbons, An Introduction to Applicable Game Theory, 1997). In deze dynamische modellen wordt gebruikt gemaakt van het deelspel evenwicht (*Subgame-perfect Nash equilibrium*). In de modellen worden constante marginale kosten geïmpliceerd en constante kosten zijn afwezig. Daarnaast zal sprake zijn van een lineaire vraagfunctie welke perfect te observeren is, daarom is in deze modellen geen sprake van moreel gevaar. In de fictieve markt is toetreding niet mogelijk, zodat er geen externe bedreigingen zijn ten opzichte van de kartelstabiliteit.

Model A kan worden beschouwd als een basismodel. Model B is een statisch model met een variatie ten opzichte van het eerste model. In model C wordt een oplossing geboden voor een probleem dat wordt geschetst in model B.

Model A

De betreffende markt heeft de volgende karakteristieken

$$P_t = a - bQ_t \; met\, b > 0$$
$$Q_t = Q_{1,t} + Q_{2,t}$$
$$C = cQ_t$$
$$met\; a > c > 0$$

Hier is P_t de inverse vraagfunctie op tijdstip t. Beide spelers kiezen tegelijk hun output en bij deze output hoort respectievelijk een corresponderende prijs (P) en winst (π). In dit model is Q_t de output op tijdstip t. De totale kosten (C) zijn gelijk aan marginale kosten (c) vermenigvuldigd met de output. Constante kosten zijn immers afwezig. De spelers maximaliseren hun eigen winst. Er is sprake van perfecte informatie: beide spelers weten elkaars kostenfunctie. De aanname a>c is een minimumvoorwaarde voor dit model. In de vraagfunctie kan a worden geïnterpreteerd als de maximale waarde die P kan aannemen. Er kan eenvoudig worden geconcludeerd dat wanneer P=a, Q=0. Er zal in dit geval geen vraag zijn. Dit is de reden dat er wordt aangenomen dat a>c. Als de marginale kosten hoger of gelijk zouden zijn aan de maximumprijs zal er niet worden geproduceerd (er wordt namelijk op elk extra geproduceerd product verlies gemaakt). In dit geval zouden beide spelers kiezen uit te treden en zou de betreffende markt niet bestaan. Dit statische spel wordt oneindig lang herhaald en in de eerste periode spreken beide spelers af een kartel te vormen. Het kartel wordt gespeeld op basis van de *trigger strategie.* De kartelwinst wordt gelijk verdeeld, omdat er geen efficiëntie asymmetrie aanwezig is. Er kan worden opgemerkt dat de markt in de situatie van het kartel gelijk is aan een monopolie, er wordt echter niet geconcurreerd waardoor er in principe maar een speler actief is in deze markt. Zoals kort werd vermeld in de introductie leidt collusie tot een bepaalde marktmacht die in het geval van competitie niet aanwezig zou zijn geweest. De strategie (Q^{kar}, Q^{kar}) is geen evenwicht, maar een afspraak tussen de twee spelers. Wanneer beiden zich hier aan houden, resulteert dit in een output waar beide spelers de helft van zullen produceren. Door gebrek aan competitie valt de prijs hoger uit en de afspraak leidt tot de volgende uitkomsten

$$Q_{i,t}^{kar} = \frac{a-c}{4b}$$
$$P_{i,t}^{kar} = \frac{a+c}{2b}$$
$$\pi_{i,t}^{kar} = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

Zoals vermeld wordt in dit dynamische spel gebruik gemaakt van de *trigger strategie*. Echter is de vraag hier: wanneer heeft een onderneming een prikkel om af te wijken? En waarom is (Q^{kar}, Q^{kar}) geen evenwicht in het statische spel? Dit kan worden uitgelegd aan de hand van het introduceren van de reactiefunctie. De reactiefunctie is de strategie die de spelers spelen in het competitieve evenwicht. Deze functie is de winst maximaliserende output gegeven de output van de andere speler (Frank & Cartwright, 2013). De reactiefunctie is voor beide spelers gelijk, omdat er sprake is van symmetrie. Voor speler i is de reactiefunctie gelijk aan

$$Q_{i,t}^{*} = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_j}{2}$$

Hierin is Q_j de output van de speler met wie speler i competitie bedrijft. De definitie van het Nash-evenwicht is de optimale strategie van een speler, gegeven de strategie van de andere speler (Nash, 1947). Als wordt aangenomen dat speler j de karteloutput speelt, is de optimale reactie van speler i

$$Q_{i,t}^{dev} = \frac{3a-3c}{8b}$$

Er is direct te observeren dat deze output niet gelijk is aan de karteloutput. Het spelen van Q^{kar} is dus niet de optimale reactie op Q^{kar} en daarom kan er niet worden gesproken van een Nash-evenwicht. We weten wat de optimale reactie op de karteloutput is en deze strategie wordt in dit geval afwijken genoemd, er wordt bij afwijken namelijk niet aan de afspraak gehouden. Zoals vermeld zal dit tot een hogere winst leiden welke gelijk is aan

$$\pi_{i,t}^{dev} = \frac{(3a-3c)^2}{64b}$$

Als een speler ervoor heeft gekozen om af te wijken is de *trigger strategie* belangrijk. Als een speler zich immers niet aan de afspraak houdt, kan de andere speler dit niet ongestraft laten gebeuren. Als er geen sprake is van een geloofwaardige dreiging heeft de andere speler opnieuw een prikkel om van de afspraak af te wijken. Om een evenwicht te kunnen vormen waarin beide spelers een kartel vormen moet er dus sprake zijn van een geloofwaardige dreiging (Rothschild, 1999). Bij een kartelafspraak hoort een lagere output en een hogere prijs dan bij het competitieve evenwicht. Speler i weet dus, mocht hij van de afspraak willen afwijken, dat hij gestraft zal worden. De speler moet dus een afweging maken of de eenmalige hogere winst opweegt tegen de straf. Dit is het geval wanneer de som van de toekomstige verdisconteerde kartelwinsten lager is dan de som van een eenmalige afwijkingswinst vermeerderd met de som van de Cournot-Nash winsten (vanaf t=2). De winsten worden verdisconteerd tegen de discountfactor (δ). De discountfactor δ=1/(1+r). In dit geval is r de interestvoet waarin de mate van geduld is weerspiegeld. Hoe hoger (lager) r hoe lager (hoger) δ en hoe minder (meer) de toekomst wordt gewaardeerd. Wanneer een speler veel geduld heeft, zal hij toekomstige winsten nagenoeg gelijk waarderen aan huidige winsten (Motta, 2004).

Om de minimale discountfactor te berekenen, resteert slechts de straf te specificeren. Hoe straf je de concurrent en maximaliseer je toch je eigen winst (anders is er geen sprake van een evenwicht)? Voor deze definitie voldoet het standaard Cournot evenwicht welke gelijk is aan

$$Q_{i,t}^{CN} = \frac{a-c}{3b}$$

$$P_{i,t}^{CN} = \frac{a+2c}{3}$$

$$\pi_{i,t}^{CN} = \frac{a-c}{3b}$$

Logischerwijs geldt $\pi^{dev} > \pi^{kar} > \pi^{CN}$. De minimale discountfactor (δ*) is de discountfactor waarvoor beide spelers indifferent zijn tussen het kartel breken en het kartel behouden. Als de werkelijke discountfactor groter of gelijk is aan de minimale discountfactor heeft geen van beide een prikkel het kartel te breken. Er moet dus een ongelijkheid worden opgesteld waarin aan de ene kant de contante waarde van de kartelwinsten staat en aan de andere kant de eenmalige afwijkingswinst en de contante waarde van de Cournot-Nash winsten vanaf t=2 staan. Deze ongelijkheid die opgesteld wordt, is

$$\frac{1}{1-\delta}\frac{(a-c)^2}{8b} \geq \frac{(3a-3c)^2}{64b} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{(a-c)^2}{9b}$$

Alles wat de linkerkant van vergelijking meer doet stijgen (dalen) dan de rechterkant, maakt collusie meer (minder) haalbaar. Dit betekent dat de minimale discountfactor waarvoor het kartel stabiel is zal dalen. Als de vergelijking wordt opgelost, komen we uit op δ*≥ 9/17. Dit betekent dat er kan worden geconcludeerd dat in het geval dat δ* minimaal gelijk is aan 9/17 geen van de spelers een prikkel heeft om af te wijken van de kartelhoeveelheid. In dit geval is het evenwicht (Q^{kar}, Q^{kar}) een Nash-evenwicht in dit herhaalde spel. Aan dit evenwicht kan iets bijzonders worden opgemerkt. In de afzonderlijke periodes wordt geen evenwicht gespeeld, maar houden beide spelers zich aan een afspraak. Door het herhalen van deze afspraak wordt een evenwicht gecreëerd in het herhaalde spel.

Model B

In model A wordt verondersteld dat sprake is van volledige informatie en van symmetrie in de kostenstructuur. In dit model wordt een variatie aangebracht. Ten eerste hanteren we hier een statisch model: het spel wordt eenmalig gespeeld. Daarnaast is in dit model sprake van informatieasymmetrie met betrekking tot de marginale kosten. Speler 2 heeft volledige informatie en weet de kosten van speler 1 en logischerwijs zijn eigen kosten. Speler 1 daarentegen weet slechts zijn eigen marginale kosten. In dit model is er sprake van twee mogelijke typen spelers: een bedrijf met hoge marginale kosten (c_H) met de kans p en een bedrijf met lage marginale kosten (c_L) met de kans 1-p. Om het probleem van informatieasymmetrie te analyseren wordt in dit model verondersteld dat speler 1 met kans 1 een type c_L is. Het type van speler 2 is echter onbekend bij speler 1. Eventuele zijbetalingen zijn niet toegestaan in dit model. De betreffende markt heeft de volgende karakteristieken

$$P = a - bQ \ met \ b > 0$$
$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$C_1 = c_L Q$$
$$C_2 = c_2 Q \ waarbij \ c_2 \in \{c_L, c_H\}$$
$$met \ a > c_H > c_L > 0$$

In dit model worden twee situaties bekeken: een situatie waarin communicatie niet is toegestaan en een situatie waarin communicatie wel is toegestaan. De centrale vraag is of hier een evenwicht gevonden kan worden.

Model zonder communicatie

Speler 1 maximaliseert zijn winstfunctie waarin het type van speler 2 onbekend is. Hierin staat de waarde p voor de kans dat speler 1 verwacht dat speler 2 van het type c_H is. Maar hoe kan dit worden bepaald? Ten eerste weet speler 1 dat speler 2 twee mogelijke types kan aannemen. Bij deze verscheidene types horen verscheidene winstfuncties, omdat verschillen in marginale kosten leiden tot verschillen in keuzegedrag. De volgende twee reactiefuncties kunnen worden afgeleid

$$Q_2^L = \frac{a - c_L}{2b} - \frac{Q_1}{2}$$
$$Q_2^H = \frac{a - c_H}{2b} - \frac{Q_1}{2}$$

Dit zijn respectievelijk de reactiefuncties voor een speler met lage en een speler met hoge marginale kosten. Speler 1 maximaliseert zijn verwachte winst gegeven deze reactiefuncties. Als in de reactiefunctie van speler 1 de twee mogelijke reactiefuncties van speler 2 worden ingevuld, ontstaat er een productiefunctie van speler 1 die uitsluitend uit parameters bestaat

$$Q_1 = \frac{3a - 3c_L + p(c_H - c_L)}{5b}$$

In de appendix zijn de wiskundige tussenstappen te vinden. Voor speler 2 is sprake van twee reactiefuncties. Speler 2 anticipeert op de betreffende reactiefunctie van speler 1 en kan, gegeven zijn type, op basis hiervan zijn output maximaliseren. Voor een speler met hoge marginale kosten komt deze outputfunctie uit op.

$$Q_2^H = \frac{2a - 5c_H + 3c_L - p(c_H - c_L)}{10b}$$

Er is waar te nemen dat de hoogte van de gespeelde output een negatief verband heeft met het verschil tussen hoge en lage marginale kosten. Dit is intuïtief uit te leggen. Hoe groter het verschil in marginale kosten is, hoe groter het verschil in efficiëntie. Als een bedrijf minder efficiënt wordt in vergelijking met zijn concurrent zal hij minder gaan produceren. De concurrent zal echter meer gaan produceren en dit is terug te vinden in de reactiefunctie van speler 1. De mate waarin de productie voor speler 1 en speler 2 respectievelijk toe- en afneemt, is afhankelijk van de waarde p. Ook dit is logisch te verklaren: p is de kans dat speler 2 hoge marginale kosten heeft. Het verschil in marginale kosten ontstaat echter alleen als speler 2 het type c_H aanneemt. Dus hoe hoger de verwachting dat speler twee het type c_H is, hoe groter het verwachte verschil in marginale kosten is. Als speler 2 lage marginale kosten heeft, is zijn outputfunctie in het geval zonder communicatie gelijk aan

$$Q_2^L = \frac{2a - 2c_L - p(c_H - c_L)}{10b}$$

Dit is de functie voor Q_2 als speler 2 lage marginale kosten heeft. Ook in deze functie is waar te nemen dat output een negatief verband heeft met het verschil in hoge en lage marginale kosten. De intuïtieve verklaring is gelijk aan die in de functie voor hoge marginale kosten. In dit model ontstaat een mate van onzekerheid: speler 1 heeft slechts een verwachting over de marginale kosten van speler 2 en kan zo niet optimaal reageren op de output van speler 2. De waarde van p waar speler 1 op anticipeert wordt genoteerd als p*. Voor speler 2 ontstaat er ook een mate van onzekerheid, hij weet echter niet welke waarde p* aanneemt. Daarom wordt in dit model geen evenwicht bereikt. In de volgende situatie wordt gekeken in hoeverre communicatie deze onzekerheid met betrekking tot het evenwicht kan wegnemen.

Model met communicatie

In dit model wordt gekeken of communicatie de onzekerheid bij de beide spelers weg kan nemen. Om te bepalen of speler 2 een prikkel heeft tot het niet juist publiceren van zijn type wordt ter vereenvoudiging aangenomen dat speler 1 hem gelooft. Speler 2 kan dan anticiperen op hoe speler 1 met zijn outputkeuze reageert op de berichten van speler 2. Speler 2 heeft de keuze uit twee soorten berichten

$$m \in \{m^L, m^H\}$$

Dit is respectievelijk het bericht dat speler 1 lage marginale kosten heeft en dat speler 2 hoge marginale kosten heeft. Zoals vermeld wordt aangenomen dat speler 1 de berichten van speler 2 gelooft. Door deze aanname kan worden bepaald of speler 2 een prikkel heeft zijn kosten niet correct te vermelden. In dit geval zou een gecommuniceerd bericht door speler 2 niet geloofwaardig zijn en zou speler 1 informatie met betrekking tot de kosten als *cheap talk* beoordelen (Gibbons & Roberts, Cheap talk, 2012). Er wordt geanalyseerd hoe de verschillende berichten de output van speler 1 verandert. Aangezien speler 2 zijn eigen winst maximaliseert, heeft hij een prikkel om speler 1 zo weinig mogelijk te laten produceren. In dit geval zal zijn eigen productie stijgen. Er wordt in beide situaties gekeken of speler 2 er belang bij heeft zijn kosten correct te publiceren of dat er een neiging bestaat om te liegen. Dit wordt eerst voor hoge marginale kosten bepaald.

Speler 2 heeft hoge marginale kosten

Stel dat $c_2 = c_H$ en dat $m = m^H$ (speler 2 kiest ervoor om de waarheid te spreken).
Aangezien er wordt aangenomen dat speler 1 dit gelooft verwacht hij dat speler 2 de volgende output gaat spelen

$$Q_2^H = \frac{a + c_L - 2c_H}{3b}$$

Omdat speler 2 de waarheid spreekt en er wordt aangenomen dat speler 1 dit gelooft, komen we uit op een competitief Cournot evenwicht met asymmetrische kosten. In dit geval zal de meest efficiënte speler (speler 1) het meest produceren en hierdoor ook een hogere winst behalen. De productie van speler 1 is gelijk aan

$$Q_1 = \frac{a - 2c_L + c_H}{3b}$$

We kunnen nu de beide producties met elkaar vergelijken. Het bewijs dat $Q_1 > Q_2^H$ is terug te vinden in de appendix.

Speler 2 heeft ook een optie tot liegen en in dat geval kiest hij voor $m = m^L$. Speler 1 anticipeert de output van speler 2 in deze situatie niet correct. Hij anticipeert echter op $Q_2 = Q_2^L$ omdat hij denkt dat $c_2 = c_L$. Speler 2 weet dit en kan zijn eigen output op basis van dit gegeven maximaliseren. De evenwichtsuitkomsten zijn dan

$$Q_1 = \frac{a - c_L}{3b}$$

$$Q_2^H = \frac{2a + c_L - 3c_H}{6b}$$

Ook in dit geval is de productie van speler 1 groter dan de productie van speler 2. Het is echter interessant om naar de productie van speler 1 te kijken. Hoe reageert deze speler op de verschillende berichten, gegeven dat hij de berichten gelooft? We kunnen de situaties $m = m^L$ en $m = m^H$ vergelijken. De volgende ongelijkheid kan worden opgesteld en opgelost

$$a - 2c_L + c_H < a - c_L$$
$$c_H > c_L$$

In feite wordt bewezen dat de productie van speler 1 lager wordt als hij denkt dat speler 2 lage marginale kosten heeft, als $c_H > c_L$ (standaardaanname van het model). Er is te zien dat speler 1 minder gaat produceren zodra speler 1 anticipeert op $c_2 = c_L$. Er kan er in zekere zin worden gesproken over een prikkel tot liegen.

Speler 2 heeft lage marginale kosten
Voor het type met lage marginale kosten kan op dezelfde manier worden bepaald of er een prikkel is tot liegen. Stel dat $m = m^L$ dan leidt dat tot de volgende (symmetrische) uitkomst

$$Q_1 = Q_2 = \frac{a - c_L}{3b}$$

Dit is, logischerwijs, gelijk aan de uitkomst van een statisch Cournot spel waarin symmetrie en volledige informatie geldt. Beide spelers hebben immers gelijke marginale kosten en speler 2 besluit zijn kosten eerlijk te publiceren.

Speler 2 kan ook kiezen voor $m = m^H$. In dit geval komt het evenwicht uit op

$$Q_1 = \frac{a - c_L + 2c_H}{3b}$$
$$Q_2 = \frac{2a - c_L - c_H}{6b}$$

Speler 1 zal minder produceren zodra $m = m^L$, dit is reeds bewezen. Als reactie hierop zal speler 2 meer gaan produceren. Geconcludeerd wordt dat speler 2 in het geval van lage marginale kosten geen prikkel heeft om te liegen. Na deze bevinding kan worden vastgesteld dat er sprake is van een *pooling evenwicht*. Dit houdt in dat elk type die speler 2 kan aannemen hetzelfde bericht zendt (Farrell J. , 1993). Speler 2 zal en kan niet worden gestraft voor het verstrekken van foutieve informatie. Er is immers sprake van een statisch spel en reputatie speelt hierin geen rol. Om te kunnen spreken van waardevolle informatie is het van belang dat beide spelers gelijke interesses hebben (Farrell & Rabin, Cheap Talk, 1996). In een Cournot model zijn preferenties niet gelijk, hoeveelheden zijn strategische substituten (Gaudet & Salant, 1991). Beide types (c_L *en* c_H) zullen beiden het bericht m_L verzenden. Er kan worden gesproken van een *cheap talk game*. Dit betekent dat het bericht dat speler 2 verzendt geen informatie verstrekt over het betreffende type. Speler 1 zal dus geen lering trekken uit berichten van speler 2 en dus zal hij hem niet geloven. Kortom, dit model zal ongeacht of er wel of geen communicatie aanwezig is niet leiden tot een evenwicht.

Model C

In model B werd geconcludeerd dat er een prikkel aanwezig is om kosten te flatteren (*understate)*. In dit model werd echter verondersteld dat zijbetalingen niet zijn toegestaan. In model C wordt er onderzocht of er een evenwicht is te vinden waarin zijbetalingen (F) wel zijn toegestaan. Voordat beide spelers hun productieniveau kiezen, is er ruimte voor communicatie. Op dit moment doet speler 1 speler 2 een aanbod ter hoogte van F, welke speler 2 ontvangt als hij kiest niets te produceren. Speler 2 kiest hierna zijn respons: accepteren of afwijzen. Echter moet worden opgemerkt dat de respons slechts *soft information* betreft, omdat beide simultaan produceren weet speler 1 niet of speler 2 zich daadwerkelijk aan de afspraak houdt (Gibbons & Roberts, Cheap talk, 2012). Als speler 2 ervoor kiest om niets te produceren en zich dus aan de afspraak houdt, ontvangt hij het bedrag F. De vraag die we stellen is: kan er een evenwicht worden gevonden waarin speler 1 het aanbod F doet en speler 2 geen prikkel heeft om te liegen wanneer hij reageert? Om dit evenwicht te kunnen vinden moet er een waarde voor F worden gevonden waarbij een speler met hoge marginale kosten indifferent is tussen F accepteren en weigeren en een speler met lage marginale kosten het weigert en wel kiest te produceren. In dit geval leert speler 1 het type van speler 2, hetgeen dat in model B niet gebeurde. De betreffende waarde voor F wordt eerst in een statisch model onderzocht. Als dit is gedaan wordt er naar een evenwicht in een dynamisch model gekeken.

Statisch model

Het statische model heeft de volgende karakteristieken

$$P = a - bQ \; met \; b > 0$$
$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$C_1 = c_L Q$$
$$C_2 = c_2 Q \; waarbij \;\; c_2 \in \{c_L, c_H\}$$
$$met \; a > c_H > c_L > 0$$

Om de zijbetaling te bepalen wordt eerst berekend wat de winsten van beide types zouden zijn in het geval van competitie. Wanneer speler 1 een bedrag aanbiedt dat tussen deze twee waardes ligt, weet hij dat een speler met hoge marginale kosten dit zal accepteren en een speler met lage marginale kosten dit zal weigeren. Er wordt hier gesproken over een statisch model zonder communicatie; reputatie speelt hierin geen rol. Wanneer beiden de Cournot-Nash hoeveelheid spelen zal speler 2 als hij hoge marginale kosten heeft een winst ontvangen van

$$\pi_2^{CN} = \frac{(a - 2c_H + c_L)^2}{9b}$$

We kunnen de constatering uit model B gebruiken dat een speler met hoge marginale kosten een prikkel heeft zich voor te doen als een speler met lage marginale kosten. Als speler 1 hierop anticipeert, weet hij dat een bedrag F gelijk aan deze Cournot-Nash winst niet voldoende is. In dit geval zou speler 2 echter door af te wijzen speler 1 het idee kunnen laten geven dat hij lage marginale kosten heeft. In dit geval zou hetzelfde probleem ontstaan als in model B en is geen sprake van een evenwicht. De winst die speler 2 kan behalen door zich te gedragen als een speler met lage marginale kosten terwijl er sprake is van hoge marginale kosten is de waarde die F moet aannemen. Dan is er logischerwijs geen prikkel meer tot liegen. Dit kan ook anders worden gesteld: speler 2 is in dit geval indifferent tussen zijn kosten te flatteren (liegen) en het bedrag F aannemen. Speler 2 kan namelijk geen hogere winst bereiken dan dit bedrag. Dan resteert de vraag of speler 1 bereid is dit bedrag aan te bieden, gegeven dat het type van speler 2 onbekend is. Het is bekend dat $\pi^{Mon} > \pi_1^{CN} + \pi_2^{CN}$ en speler 1 zal een hogere winst bereiken met het doen van de zijbetaling dan in het geval competitie. Kortom, als de waarde van F aan de volgende voorwaarde voldoet, zal een speler met hoge marginale kosten ervoor kiezen niet te produceren. Een speler met lage marginale kosten zal echter wel produceren. De voorwaarde die geldt voor F is

$$\frac{(2a + c_L - 3c_H)^2}{36b} \leq F < \frac{(a-c)^2}{9b}$$

Waarbij de linker grens zoals vermeld de winst is die speler 2 zou behalen als speler 1 verwacht dat hij lage marginale kosten heeft. Speler 1 maximaliseert bij het doen van de zijbetaling zijn eigen winst en dus zal hij ervoor kiezen de linker grens aan te bieden. De zijbetaling zal gelijk zijn aan

$$F = \frac{(2a + c_L - 3c_H)^2}{36b}$$

Als speler 1 de productie van speler 2 heeft geconstateerd en deze gelijk is aan 0, zal de zijbetaling worden gedaan. Voor beide typen wordt bekeken wat de gevolgen zijn van dit aanbod F.

Speler 2 heeft hoge marginale kosten
Speler 2 zal kiezen niets te produceren, hij ontvangt dan het bedrag F. In dit geval is sprake van een monopolie voor speler 1. Uit de economische theorie is bekend dat de monopoliewinst hoger is dan de som van de individuele Cournot-winsten: $\pi^{Mon} > \pi_1^{CN} + \pi_2^{CN}$. Het wiskundige bewijs wordt gegeven in de appendix. Deze ongelijkheid is de reden dat speler 1 deze betaling F kan doen en toch een hogere winst kan behalen dan in het geval van competitie. Er is geen prikkel tot afwijken voor speler 2. De winst van speler 2 zal in het geval van afwijzen niet hoger zijn dan F, gegeven de reactie van speler 1 op de keuze van speler 2. In dit geval is sprake van een Nash-evenwicht $(Q^{mon},0)$ met de uitbetalingen $(\pi^{mon} - F, F)$.

Speler 2 heeft lage marginale kosten
Wanneer het bedrag wordt afgewezen weet speler 1 dat hij te maken heeft met een concurrent met dezelfde marginale kosten. Speler 2 zal het aanbod F weigeren en beiden zullen het de Cournot-Nash hoeveelheid spelen. Speler 2 verdient immers meer door te concurreren dan wanneer hij F aan zou nemen en niets zou produceren. De reden dat beiden geen kartel zullen vormen, is het gebrek aan een geloofwaardige dreiging. Als speler i van de kartelhoeveelheid afwijkt, heeft speler j geen kans hem hiervoor te straffen. Geen van de spelers heeft dus een prikkel om af te wijken. Er is sprake van een evenwicht (Q^{CN}, Q^{CN}) met bijbehorende uitbetalingen (π^{CN}, π^{CN}) .

Dynamisch model
Het betreffende model heeft de volgende karakteristieken

$$P_t = a - bQ_t \ met\ b > 0$$
$$Q_t = Q_{1,t} + Q_{2,t}$$
$$C_{1,t} = c_L Q_t$$
$$C_{2,t} = c_2 Q_t \ waarbij\ c_2 \in \{c_L, c_H\}$$
$$met\ a > c_H > c_L > 0$$

Speler 1 weet dat speler 2 een prikkel heeft om te liegen over zijn kosten in het statische model. Dit gegeven wordt gebruikt bij het bepalen van F. In het dynamische model wordt de optie tot het vormen van een kartel wel meegenomen. Opnieuw moet bij het bepalen van F worden meegenomen dat een speler met hoge marginale kosten zich wil voor doen als een speler met lage marginale kosten. De maximale winst die speler 2 kan behalen door middel van liegen is

$$\pi_{2,t}^{kar} = \frac{(a - 2c_H + c_L)(a - c_L)}{8b}$$

Dit is de winst van een type c_H die zich in een kartel gedraagt als een type c_L. Deze winst is hoger dan de winst die speler 2 ontvangt als beiden de Cournot-Nash output spelen. Speler 1 zal een waarde F aanbieden hoger dan de kartelwinst van een speler met hoge marginale kosten die zich voordoet als een speler met lage marginale kosten. Daarnaast moet F onder de kartelwinst van een speler met lage marginale kosten liggen. Op deze manier kan ook een waarde voor F in het dynamische model worden bepaald. De grenswaarden van F zijn gelijk aan

$$\frac{(a - 2c_H + c_L)(a - c_L)}{8b} \leq F < \frac{(a - c_L)^2}{8b}$$

Aangezien deze winst die speler 2 zou behalen door te liegen lager is dan de winst wanneer zij de kartelomzet gelijk zouden verdelen, is ook speler 1 beter af door deze waarde F aan te bieden als speler 2 hoge marginale kosten heeft. In dit geval zal speler 2 F accepteren en behaalt speler 1 een winst hoger dan π_1^{kar}. Om zijn eigen winst te maximaliseren zal speler 1 kiezen voor de minimale waarde voor F gelijk aan

$$F = \frac{(a - 2c_H + c_L)(a - c_L)}{8b}$$

Speler 2 heeft hoge marginale kosten
Er hoeft alleen nog bepaald te worden of speler 2 de neiging heeft om iets te produceren. Hij weet dat speler 1 de monopolieoutput zal gaan produceren als hij kiest om F te accepteren. De optimale reactie van speler 2 op deze output kan worden berekend door middel van de reactiefunctie. De winst voor speler 2 die hierbij hoort is

$$\pi_{2,t}^{dev} = \frac{(a - 2c_H + c_L)^2}{16b}$$

Er is echter direct te zien dat $\pi_2^{dev} < F$. Speler 2 heeft dus geen prikkel om af te wijken en er kan worden gesproken van een Nash-evenwicht in dit herhaalde spel. Geen van de spelers heeft een prikkel om af te wijken. In dit geval kan worden gesproken van een stabiel evenwicht $(Q^{mon},0)$ met de bijbehorende winsten $(\pi^{mon} - F, F)$.

Speler 2 heeft lage marginale kosten
In dit geval zal speler 2 ervoor kiezen F af te wijzen en weet speler 1 dat hij te maken heeft met een speler met lage marginale kosten. Speler 1 en speler 2 zullen beiden de karteloutput gaan produceren Na het aanbod van F is communicatie mogelijk en zullen beide overeenkomen met de reeds vermelde trigger strategie: beide spelers coöpereren door de helft van de monopolie output te spelen totdat een van de spelers besluit hiervan af te wijken. In dit geval belanden we in het evenwicht dat reeds berekend is in model A. Er is een Nash-evenwicht (Q^{kar},Q^{kar}) als δ*≥ 9/17 in het herhaalde spel.

3. Praktische toepassing

Om de bevindingen toe te kunnen passen in de praktijk moet er gezocht worden naar een duopolie met homogene goederen. Daarnaast moet sprake zijn van informatieasymmetrie. De oliemarkt is de markt die het best aan deze criteria voldoet. Er zijn meerdere empirische bewijzen voor de aanwezigheid van kartelvorming in de oliemarkt. Zo werd al wetenschappelijk bewezen in de artikelen van Loderer (1985) en Jones (1990) dat er reden is om aan te nemen dat er sprake is van kartelvorming in de olie-industrie. Neem aan dat in een betreffende oliemarkt twee bedrijven actief zijn. Aangezien olie een perfect homogeen goed is, kunnen beide bedrijven zich niet onderscheiden op basis van kwaliteit. Nu rest de vraag of de oliemarkt als een Cournot markt kan worden gezien. Ten eerste kan de prijs worden beïnvloed door middel van de output die wordt gekozen. Daarentegen kan de prijs in het geval van homogene goederen niet (significant) verschillen. Als de prijs van een bedrijf echter hoger dan die van de concurrent zou zijn, verliest het de volledige vraag (Dastidar, 1997). Onder de voorwaarde dat de betreffende producenten hoeveelheidzetters zijn, kan de theorie worden toegepast op dit praktische voorbeeld.

Nu wordt aangenomen dat van een van de aanbieders (bedrijf X) informatie is gelekt, waaronder de marginale kosten. Bedrijf X heeft dusdanig lage kosten dat bedrijf Y slechts gelijke of hogere marginale kosten kan hebben. Wanneer bedrijf X de kosten van bedrijf Y niet weet, zou bedrijf Y zijn kosten willen flatteren, zoals werd geconcludeerd in model B. Bedrijf X zal daarom ieder bericht van bedrijf Y over zijn kosten zien als *cheap talk*. Bedrijf X kan dit *cheap talk* probleem oplossen door middel van het geven van een andere optie aan bedrijf Y. Hij zal bedrijf Y een aanbod doen (zijbetaling), welke bedrijf Y kan accepteren of kan afwijzen. Als bedrijf Y niets produceert, zal hij de geldelijke betaling F ontvangen. Dit spel wordt iedere keer als beide spelers de optie hebben olie te produceren herhaald. Door middel van het aanbieden van een zijbetaling kan dit probleem van informatieasymmetrie worden opgelost en kan er toch een stabiel evenwicht worden gevonden waarin beide spelers coöpereren, zoals werd geconcludeerd in model C.

4. Conclusie

Er werd getracht een evenwicht te vinden in een herhaald Cournot spel met informatieasymmetrie. Er werd eerst een basismodel opgesteld waarin sprake was van volledige informatie. Hierin werd geconcludeerd dat sprake was van een Nash-evenwicht (Q^{kar}, Q^{kar}) als δ*≥ 9/17. Deze uitkomst duidt op een bepaalde mate van geduld en als beide spelers deze mate van geduld hebben is dit evenwicht stabiel.

In het tweede model werd het probleem geschetst met asymmetrische informatie. Zonder communicatie was er geen sprake van een evenwicht. In het geval met communicatie werd geconcludeerd dat bedrijven een prikkel hebben hun kosten te flatteren zodat de verwachte productie stijgt. In dit geval zou de speler zonder volledige informatie zijn concurrent niet geloven. Dit is een interessante bevinding die ook voorkwam in de paper van Cramton en Palfrey (1990).

In model C werd geconcludeerd dat door middel van zijbetalingen een stabiel Nash-evenwicht gevonden kon worden in het herhaalde spel. De zijbetaling is van een dusdanige hoogte dat deze indirect het type van speler 2 onthult. Als speler 2 hoge marginale kosten heeft, is het Nash-evenwicht $(Q^{mon}, 0)$ en neemt speler 2 F aan. Speler 1 geeft speler 2 elke periode een bedrag F zolang hij kiest om niets te produceren. Als speler 2 lage marginale kosten heeft, werd een evenwicht (Q^{kar}, Q^{kar}) worden gevonden als δ*≥ 9/17. In dit geval wordt het bedrag F niet geaccepteerd door speler 1. Speler 2 kan immers meer verdienen door zelf de helft van de monopolieoutput te produceren. Hier moet worden opgemerkt dat in de afzonderlijke periodes geen evenwicht wordt gespeeld, er is echter sprake van een afspraak. Door middel van de *trigger strategie* is deze afspraak een evenwicht in het dynamische spel.

Kortom, in een model met informatieasymmetrie kunnen beide spelers tot een evenwicht komen door middel van een zijbetaling. Het probleem in de economie zonder zijbetalingen was het feit dat spelers een prikkel hebben om de hoogte van hun kosten te flatteren. Daarnaast is de stabiliteit van het kartel als beide spelers gelijke marginale kosten hebben afhankelijk van de discountfactor van beide spelers. Er moet een dusdanige mate van geduld zijn zodat beide spelers geen prikkel hebben om af te wijken en zich houden aan de kartelafspraak. Tot slot werd geconcludeerd dat de situatie met zijbetalingen het best van toepassing is op de oliemarkt.

5. Discussie

Logischerwijs heeft deze paper tekortkomingen. Zo werd in de modellen gebruik gemaakt van een duopolie. De praktische toepassing hiervan is klein, duopolies zijn echter niet veel voorkomend in de praktijk. Daarnaast zijn enkele assumpties gemaakt waarvan niet met zekerheid te zeggen is of deze kunnen worden toegepast in de praktijk. Zo werden een lineaire vraagfunctie en constante marginale kosten verondersteld. Ook is het onwaarschijnlijk dat in de praktijk slechts twee typen bedrijven bestaan, de aanname van Cramton en Palfrey (1990) dat het type een continue variabel is kan worden beschouwd als meer praktisch toepasbaar.

Echter kunnen de resultaten in deze paper worden gebruikt in vervolgonderzoek. Zo kan er in vervolgonderzoek eenzelfde model worden gebruikt met n spelers (waar n>2). Ook kan een model met asymmetrische informatie in het geval van heterogene producten worden onderzocht. In dit geval zijn de keuzevariabelen strategische complementen in plaats van strategische substituten en is het interessant om te kijken of spelers ook in dat model een prikkel hebben hun kosten te flatteren. Daarnaast werd er in model B en C verondersteld dat speler 1 lage marginale kosten heeft met kans 1. In vervolgonderzoek zou er verondersteld kunnen worden dat speler 1 hoge marginale kosten heeft met kans 1. Er kan dan worden onderzocht of ook in dit geval zijbetalingen tot een evenwicht kunnen leiden.

Referenties

Cramton, P., & Palfrey, T. (1990). Cartel Enforcement with Uncertainty about Costs. *International Economic Review* , 17-47.

Dastidar, K. G. (1997). Comparing Cournot and Bertrand in a Homogeneous Product Market. *Journal of Economic Theory* , 205-212.

Farrell, J. (1993). Meaning and Credibility in Cheap-Talk Games. *Elsevier* , 514-531.

Farrell, J., & Rabin, M. (1996). Cheap Talk. *The Journal of Economic Perspectives* , 103-118.

Frank, R., & Cartwright, E. (2013). Oligopoly and Monopolistic Competition. In R. Frank, & E. Cartwright, *Microeconomics and Behaviour* (pp. 430-432). Maidenhead: Mcgraw-Hill Education.

Friedman, J. (1971). A non-cooperative equilibrium for supergames. *Review of Economic Studies* , 1-12.

Gaudet, G., & Salant, S. (1991). Increasing the Profits of a Subset of Firms in Oligpoly Models with Strategic Substitutes. *The American Economic Review* , 658-665.

Gibbons, R. (1997). An Introduction to Applicable Game Theory. *Journal of Economic Perspectives* , 127-149.

Gibbons, R., & Roberts, J. (2012). Cheap talk. In R. Gibbons, & J. Roberts, *The Handbook of Organizational Economics* (pp. 377-378). Princeton: Princeton University Press.

Green, E., & Porter, R. (1984). Noncooperative Collusion under Imperfct Price Information. *Economtrica* , 87-100.

Haltiwanger, J., & Harrington, J. (1991). The Impact of Cyclical Demand Movements on Collusive Behavior. *The RAND Journal of Economics* , 89-106.

Jones, C. (1990). OPEC Behaviour Under Falling Prices: Implications For Cartel Stability. *The Energy Journal* , 117-129.

Loderer, C. (1985). A Test of the OPEC Cartel Hypothesis: 1974-1983. *The Journal of Finance* , 991-1006.

Motta, M. (2004). Collusion and Horizontal Agreements. In M. Motta, *Competition Policy* (pp. 138-201). Cambridge: Cambrigde University Press.

Nash, J. (1947). *Equilibrium Points in N-person Games.* Princeton University. Princeton: Princeton University Press.

Roberts, K. (1985). Cartel Behaviour and Adverse Selection. *The Journal of Industrial Economics* , 401-413.

Roberts, K. (1983). *Self-agreed Cartel Rules.* 1983: Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences.

Rotemberg, J., & Saloner, G. (1986). A Supergame-Theoretic Model of Price Wars during Booms. *The American Economic Review* , 390-407.

Rothschild, R. (1999). Cartel Stability when Costs are Heterogenous. *International Journal of Industrial Organization* , 717-734.

The Member States. (2008). *Treaty on the Functioning of the European Union.* Italy: European Union.

Appendix

Berekenen van de monopolieoutput (Model A)

De gezamenlijke (monopolie) winstfunctie betreft

$$\pi^{mon} = (2a - 2bQ - 2c)Q$$

Als deze wordt gemaximaliseerd ontstaat vergelijking

$$Q = \frac{a-c}{2b}$$

Berekenen output als type speler 2 onbekend is (Model B)

De functies die speler 2 maximaliseert zijn $\begin{cases} \max(a - bQ_1 - bQ_2 - c_L) \; als \; c_2 = c_L \\ \max(a - bQ_1 - bQ_2 - c_H) \; als \; c_2 = c_H \end{cases}$

Op basis hiervan wordt de volgende functie wordt gemaximaliseerd

$$p(a - bQ_1 - bQ_2^H - c_L)Q_1 + (1-p)(a - bQ_1 - bQ_2^L - c_L)Q_1$$

Als dit wordt opgelost voor Q_1 krijgen we

$$Q_1 = \frac{a - c_L}{2b} + \frac{p(Q_2^L - Q_2^H) + Q_2^L}{2}$$

Nu kunnen in deze functie de reactiefuncties van speler 2 worden ingevuld en komen we op de betreffende functie in het model

Bewijzen (Model B)

Het wiskundige bewijs dat kosten worden geflatteerd. De productie van speler 1 als $c_2 = c_H$ is lager bij $m = m^L$ dan bij $m = m^H$ als

$$a - 2c_L + c_H > a + c_L - 2c_H$$
$$c_H > c_L$$

Wat een van de assumpties van het model is

Speler 1 speelt meer dan speler 2 als (als $c_2 = c_H$ en $m = m^L$:

$$2a - 2c_L > 2a + c_L - 3c_H$$
$$c_H > c_L$$

Ook hier zien we dat dit correct is

Bewijs model C

Er wordt bewezen dat $\pi^{Mon} > \pi_1^{CN} + \pi_2^{CN}$

Voor dit specifieke model met twee verschillende types wordt dit wiskundig bewezen

$$9(a-c_L)^2 > 4(a-2c_L+c_H)^2 + 4(a-2c_H+c_L)^2$$

$$c_L < a, \quad \frac{1}{10}(11c_L - a) < c_H < \frac{a+c_L}{2}$$

We zien dat dit voldoet aan de standaardaannames van het model:

$a > c_H > c_L$