20-07-2009

Butterfly strategie met het Arbitrage-Vrije Nelson-Siegel model

Scriptie

Abstract

Het arbitrage vrije Nelson-Siegel (AFNS) model beschrijft de fluctuaties en voorspelt de rente-termijnstructuur aan de hand van de level, slope en curvature factor. De voorspellingen worden gebruikt om de stijging of de daling van de slope of curvature factor van het AFNS model te bekijken. Aan de hand van een handelsregel wordt er een butterfly swap gevormd voor de gegeven voorspelling. Hieruit blijkt dat er met het AFNS model butterfly swaps gevormd kunnen worden, die een goede return leveren en een laag risico hebben in verhouding met de return.

Door Tanny Meijers
308009

FEW, Erasmus Universiteit Rotterdam
Bachelorscriptie Econometrie
Begeleider: Dr. K.E. Bouwman

Inhoudsopgave

1. Inleiding

De rente op de staatsobligaties is de maatstaf waar andere rentes op zijn gebaseerd. Bij staatsobligaties wordt onderscheid gemaakt tussen verschillende looptijden, variërend van 3 maanden tot 30 jaar. Door de rente uit te zetten tegen de looptijden ontstaat er een rente curve ofwel de rente-termijnstructuur. Omdat deze rente voor verschillende doeleinden in de economie wordt gebruikt is het modelleren hiervan van fundamenteel belang. Er zijn in de loop der jaren dan ook verschillende modellen ontwikkeld voor de rentecurve.
Een van deze modellen is het dynamische Nelson-Siegel model, in het kort het DNS model genoemd, door Diebold & Li (2006). Het DNS model beschrijft de dynamiek van de rente curve door middel van 3 factoren, die te interpreteren zijn als respectievelijk de level, slope en curvature van de rentecurve. Een ander model is het arbitrage-vrije Nelson-Siegel model, in het kort het AFNS model genoemd, door Christensen et al (2007). Dit model gebruikt dezelfde factoren als het DNS model, maar bevat daarbij een extra aanpassingsterm om arbitrage vrijheid te garanderen. Na onderzoek naar de werking van de 2 modellen door Snijder et al (2009), is al gebleken dat het AFNS geen duidelijke verbetering is ten opzichte van het DNS model. Daardoor zou er een voorkeur voor het AFNS model kunnen zijn, omdat deze arbitrage vrij is.
Voorspellingen op basis van het AFNS model kunnen gebruikt worden om handelsstrategieën op te zetten, met als doel geld te verdienen zonder veel risico te lopen. Dit kan met het gebruik van een swap. Een swap is een derivaat waarbij twee partijen geldstromen of risico's met elkaar wisselen. Een renteswap in het bijzonder wordt gebruikt om de renterisico's te beheersen of juist een aantrekkelijke rentepositie in te nemen. Op dit moment worden swaps van staatsobligaties gebruikt voor het timen van staatsobligaties ten opzichte van aandelen of tegen geld. Maar er kan ook gebruik worden gemaakt van de vorm van de rentecurve om te handelen met verschillende looptijden. Door Fabrozzi et al (2005) is er onderzoek gedaan naar het vinden van een juiste handelsstrategie voor het Dynamische Nelson-Siegel model.
In dit onderzoek is gebruik gemaakt van voorspellingen van de slope en curvature factor door het AFNS model. Bij daling of stijging van de afzonderlijke factor wordt dan een butterfly swap ingezet. De butterflyswap maakt gebruik van een 'body' van staatsobligatie met een medium looptijd en 'wings' met staatsobligaties van lange en korte looptijden. De butterfly swap wordt gebruikt om te speculeren op de slope en curvature factor.
De level factor beloopt namelijk ongeveer een random walk, waardoor de voorspellingen

grote afwijkingen vertonen met de echte waarden. Door de verandering in de vorm van de rentecurve mee te nemen, de slope en de curvature factor, kan gebruik gemaakt worden van de verschillende looptijden. Daar kan een handelsstrategie van gemaakt worden.
De onderzoeksvraag zal als volgt luiden:'Is er met de voorspellingen van het AFNS model een goede butterfly strategie te vormen, waarbij de risico's klein zijn en de rendementen hoog?'.
Het voordeel van deze strategie is dat hij geld neutraal is, dus er hoeft geen geld ingelegd worden om te beginnen. Dit is aantrekkelijk, als blijkt dat hier goede rendementen mee te behalen zijn. Daarbij worden de renterisico's die gelopen worden beheerst. Renterisico wordt gedefinieerd door het risico dat de marktwaarde van de onderneming of toekomstige kasstroom verandert als gevolg van de marktrente. De butterfly swap zal de renterisico beperken en beheren van de rentelasten en –baten van een onderneming. Renterisico's lopen bijna alle ondernemingen door het lenen of uitlenen van geld, en ook de pensioen fondsen en banken. Een goed werkende handelsstrategie kan op grote schaal toegepast worden. Bovendien is het AFNS model nog niet zo lang geleden geïntroduceerd en is er nog weinig onderzoek gedaan naar het gebruik van het model. Het DNS model wordt op dit moment gebruikt door verschillende Centrale banken. Door het aantonen van een vergelijkbare of betere werking van het AFNS model kan dit model het DNS model mogelijk opvolgen, doordat het AFNS model arbitrage vrij is.

2. Methoden

Om een goede handelsstrategie te vinden moet er ten eerste een goed model zijn om de slope en curvature van de rentecurve te voorspellen. De rentecurve kan verschillende vormen aan nemen, wat te zien is in de appendix (figuur 2). Bij de verschillende vormen zal een andere waarde voor de slope en curvature horen. Welke in de loop der tijd zal dalen of stijgen. Het model dat hiervoor gebruikt wordt is het arbitrage vrije Nelson-Siegel model, dat eerst zal worden uitgelegd. Daarna zal de uitleg van de butterfly swap volgen, die gebruikt zal worden voor het handelen met de rente. De handelsregel die gebruikt wordt bij het speculeren en het bepalen van de risicomaten zal ook nader worden uitgelegd.

2.1. Data

De dataset die gebruik wordt, bevat de maanddata van de rente van de staatsobligaties van 1982 tot 2008 (U.S. Treasury, bron FED). De looptijden, die erin zijn opgenomen, zijn van 3 en 6 maanden, verder 1, 2, 3, 5 ,7 , 10, 20 en 30 jaar. Voor het opzetten van de butterfly swap wordt de data van September 1994 tot September 2003 gebruikt zoals in Fabrozzi et al (2005).

2.2. Arbitrage vrije Nelson-Siegel model

De rente curve wordt gemodelleerd door het arbitrage vrije Nelson-Siegel model (AFNS model) en is gedefinieerd in Christensen et al (2007). Het model wordt door de volgende vergelijking gegeven:

$$y_t(\tau) = \beta_t^1 + \frac{1-e^{-\lambda(\tau)}}{\lambda(\tau)}\beta_t^2 + \left[\frac{1-e^{-\lambda(\tau)}}{\lambda(\tau)} - e^{-\lambda(\tau)}\right]\beta_t^3 - \frac{C(\tau)}{\tau}, \qquad (1)$$

waarbij de factoren geïnterpreteerd worden als de level, slope en curvature van de yield curve. De $y_t(\tau)$ is de yield op tijdstip t van een zero-coupon bond die afloopt op tijdstip t + τ en de λ een model parameter. De λ neemt de waarde aan waarvoor de factor loading van de curvature factor wordt gemaximaliseerd. Dit is bij λ=0.0609.

Er wordt aangenomen dat de factoren een Markov proces volgen, dat de volgende stochastische differentiaal vergelijking (SDE) oplost

$$d\beta_t = K^P[\theta^P - \beta_t] + \Sigma dW_t^P \tag{2}$$

waar storingstermen W_t^P[1] duiden op een standaard Brownian motion; dit is de tegenhanger van het VAR(1) model in de continue tijd.
Het AFNS model bevat in tegenstelling met het DNS model een extra aanpassingsterm.
De extra aanpassingsterm legt arbitragevrijheid op en bevat zowel λ, als de parameters σ_{ij}.
Deze beschrijft zowel de vorm van de yield als de dynamiek in de beta's. Omdat Σ zowel in de aanpassingsterm als in de dynamiek van de factoren voorkomt, moeten de parameters in 1 keer geschat worden. Dit gebeurt door het gebruik van de kalman filter. Het filter schat de state van het proces zodanig dat de gemiddelde gekwadrateerde error geminimaliseerd wordt. Het maakt gebruik van een systeem dat eerst de proces state en daarbij de factoren voorspelt en daarna een terugkoppeling krijgt door de observaties. Er vindt een correctie plaats op basis van de observaties die zijn gedaan.
In de discrete tijd is de state proces vergelijking gegeven door:

$$\beta_t = (I - A)\mu + A\beta_{t-1} + \eta_t, \qquad \eta_t \sim N(0, Q) \tag{3}$$

waarbij in het AFNS model uit vergelijking (3) volgt dat $A = \exp(-K^P)$, $\mu = \theta^P$ en

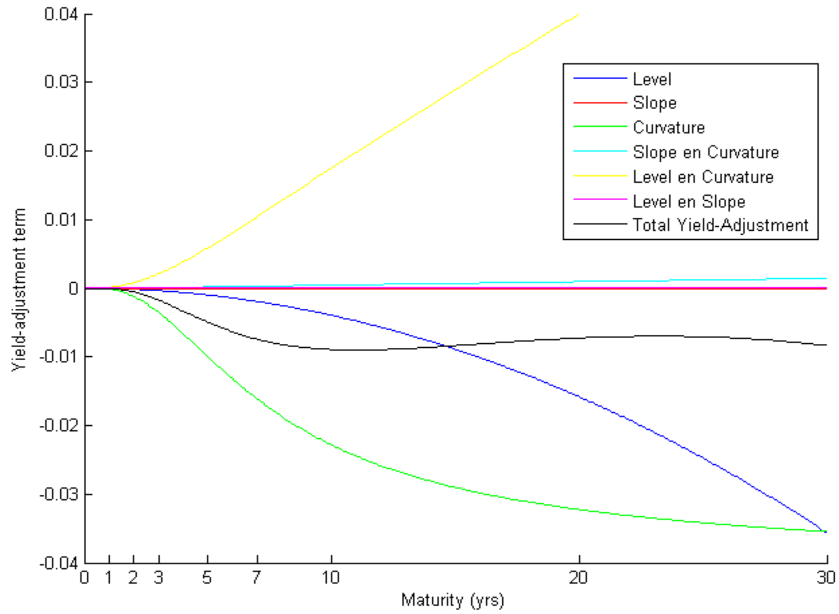
$Q = \int_0^1 e^{-K^P s}\Sigma\Sigma' e^{-(K^P)'s} ds \approx \Sigma\Sigma'$.

Hierbij legt de K^P matrix de restrictie op dat de *A* matrix diagonaal is in het geval van onafhankelijke factoren.

Het AFNS model bestaat uit twee vormen namelijk het independent en het correlated AFNS model. In het onderzoek wordt gekeken naar het correlated AFNS model. Er wordt bij het correlated AFNS model verondersteld, dat de errors gecorreleerd zijn en er een wisselwerking plaatsvindt tussen de verschillende factoren.
De aanpassingsterm van het correlated AFNS model is in figuur 1 weergegeven. Deze komt tot stand door het gebruik van 6 verschillende componenten om de aanpassingsterm te schatten.

[1] *P*: de *P*-measure, hiermee wordt aangeduid dat het arbitragevrije NS model gebaseerd is op de 'real-world dynamics' (er wordt rekening gehouden met risk premies) en niet de 'risk-neutral dynamics' (*Q*-measure)

Behalve de level, slope en curvature component, vind er vermenging plaats van de factoren. De level gaat afzonderlijk samen met de slope en curvature factor. De slope en curvature factor gaan ook samen tot een component. Dit heeft als gevolg dat de level minder bepalend is voor de lange termijn fit.



Figuur 1 De yield aanpassingsterm voor het Correlated-Factor AFNS Model en zijn zes componenten.

In Snijder et al (2009) is naar voren gekomen dat het model beter presteert als er over een langere tijd wordt voorspelt. De voorspelhorizon zal daarom over 1 maand, 6 maanden en 12 maanden gemaakt worden.

De in-sample periode wordt gebruikt om de coëfficiënten te schatten. Deze periode loopt van januari 1985 tot december 1993.

De handelsperiode loopt over de periode van januari 1994 tot december 2000. In deze periode worden voorspellingen gemaakt met het AFNS model. Hiervoor wordt de sample gebruikt dat loopt van januari 1985 tot december 1993. De voorspelling wordt gemaakt door het gebruik van een expanding window.

De volgende voorspelhorizonnen zullen vergeleken worden: 1 maand, 6 maanden en 12 maanden vooruitvoorspellingen. Aan de hand van de voorspellingen wordt gekeken of er een daling of stijging van de slope of curvature factor komt. De daling en stijging van de factor wordt bekeken vanaf een drempelwaarde. In beginsel wordt de waarde 0 gebruikt. Maar er zal ook gekeken worden naar het effect als deze drempelwaarde verandert. Door een bepaalde marge te nemen, waarin niet gehandeld zal worden, kan de return wellicht verbeteren. Voor de daling of stijging van factoren zal een verschillende butterfly swap gebruikt worden.

2.3. De butterfly strategie

Een swap butterfly is één van de veel gebruikte handelsstrategieën om te speculeren op rente veranderingen. Een swap is geld neutraal. Dit betekent dat er met het uitwisselen van renten met verschillende looptijden geen geld wordt ingelegd. Wat wordt gerealiseerd door gebruik te maken van korte- en langetermijn rente (deze vormt de vleugels) en de mediumtermijn rente (deze vormt het lichaam). Door deze rente in een swap in de juiste verhouding tegenover elkaar te zetten, krijg je een geldneutrale swap.
Hiervan bestaan twee verschillende vormen, namelijk een ontvangende en een betalende swap butterfly. Bij de ontvangende swap wordt het lichaam ontvangen en de vleugels betaald. De betalende swap butterfly is juist andersom. Dan wordt het lichaam betaald en de vleugels ontvangen.
De volgende 4 standaard swap butterflys worden onderzocht: 2-5-10 jaar, 2-5-30 jaar, 2-10-30 jaar en de 5-10-30 jaar swap butterfly. Deze worden geld neutraal gemaakt door de toevoeging van een 1 maandrente.

Omdat de swap geld neutraal moet zijn, moeten er restricties opgelegd worden zodat hier aan voldaan wordt. Ook zal voor het speculeren op veranderingen in de slope en curvature factor gebruik gemaakt worden van de sensitiviteiten van de factoren. Bij speculatie op de curvature factor wordt de level en slope factor insensitief gemaakt. Voor speculatie op de slope factor juist de level en curvature factor.

De vorming van een butterfly swap voor de curvature op tijdstip 0 is als volgt voor de butterfly van 1 maand-2 jaar-10 jaar en 30 jaar. Maar is vergelijkbaar bij de vorming van de andere butterfly swaps. De investering moet geld neutraal zijn, dus voldoen aan de volgende restrictie:

$$x_{1m} \times P_0^{1m} + x_{2y} \times P_0^{2y} + x_{10y} \times P_0^{10y} + x_{30y} \times P_0^{30y} = 0 \qquad (4)$$

waarbij x_{1m}, x_{2y}, x_{10y} en x_{30y} de hoeveelheid is die wordt geïnvesteerd in de butterfly voor de 1 maand-, 2, 10 en 30 jaars-renten. P_0^{1m}, P_0^{2y}, P_0^{10y} en P_0^{30y} zijn de staatsobligatie prijzen voor de 1 maand-, 2, 10 en 30 jaars-renten. Vervolgens wordt er 1 dollar geïnvesteerd in de 10 rente (of de middelste rente van de swap) in geval van de curvature factor.
Hiermee krijg je de restrictie:

$$x_{10y} \times P_0^{10y} = 1 \tag{5}$$

Vervolgens wordt er voor de insensitiviteit (tegen kleine veranderingen) gezorgd in de level factor β_0.
Dit gebeurt met de volgende vergelijking:

$$x_{1m} \times \frac{\partial P_0^{1m}}{\partial \beta 0} + x_{2y} \times \frac{\partial P_0^{2y}}{\partial \beta 0} + x_{10y} \times \frac{\partial P_0^{10y}}{\partial \beta 0} + x_{30y} \times \frac{\partial P_0^{30y}}{\partial \beta 0} = 0 \tag{6}$$

Daarna voor de insensitiviteit in de slope factor β_1 met de vergelijking:

$$x_{1m} \times \frac{\partial P_0^{1m}}{\partial \beta 1} + x_{2y} \times \frac{\partial P_0^{2y}}{\partial \beta 1} + x_{10y} \times \frac{\partial P_0^{10y}}{\partial \beta 1} + x_{30y} \times \frac{\partial P_0^{30y}}{\partial \beta 1} = 0 \tag{7}$$

De sensitiviteiten voor de factoren worden afgeleid volgens Martelinni, Priaulet, and Priaulet (2003). Deze sensitiviteiten per factor zijn uitgezet in de appendix (figuur 3). Er is te zien dat de factor voor de β_0 gelijk blijft over de verschillende looptijden.
De vorming van een butterfly swap voor de slope factor β_1 is vergelijkbaar met die van de curvature factor. De initiële investering wordt berekend door functie (6) en er wordt 1 dollar in de 10 rente gestopt. Dit leidt tot functie (7). Ditmaal moet er insensitiviteit gelden voor de level en curvature factor. De insensiviteit van de level factor wordt door restrictie (8) gegeven en de curvature factor β_2 door de restrictie:

$$x_{1m} \times \frac{\partial P_0^{1m}}{\partial \beta 2} + x_{2y} \times \frac{\partial P_0^{2y}}{\partial \beta 2} + x_{10y} \times \frac{\partial P_0^{10y}}{\partial \beta 2} + x_{30y} \times \frac{\partial P_0^{30y}}{\partial \beta 2} = 0 \tag{8}$$

Voor de butterfly voor de curvature en de slope factor zijn er 4 lineaire vergelijkingen met 4 onbekenden. Het oplossen van deze vergelijkingen zal leiden tot één uniek antwoord.

Om vervolgens de resultaten te kunnen beoordelen wordt gekeken naar de waarde van de butterfly op t=1. Dit wordt berekend door de vergelijking:

$$x_{1m} \times P_0^{1m} + x_{2y} \times P_1^{2y-1m} + x_{10y} \times P_1^{10y-1m} + x_{30y} \times P_1^{30y-1m} \qquad (9)$$

De waarden van de obligaties moeten eigenlijk worden genomen voor een staatsobligatie van één maand terug. Voor de 10 rente moet de prijs van 9 jaar en 11 maanden rente worden genomen. Omdat dit verschil miniem is en die waarden niet voorhanden zijn, zal de waarde van staatsobligatie van één maand later genomen worden. De 1 maandrente heeft zijn tijd doorlopen, dus wordt uitbetaald.

2.5. Handelsregel

Er is nu bekend hoe een swap tot stand komt. Maar wanneer moet een betalende of ontvangende swap ingezet worden aan de hand van de voorspellingen van de factoren?
Om dit te bepalen wordt er een handelsregel opgezet. Wat is namelijk de beste inzet als het AFNS model voorspelt, dat de slope factor stijgt of juist daalt?
De betalende butterfly zal gevormd worden door één dollar in de middelste rente te investeren en de ontvangende butterfly door één dollar short te gaan voor de middelste rente.
Als de slope factor stijgt, zullen de rentes voor de verschillende looptijden stijgen. Hierbij stijgen de lange rentes meer als de korte. Een betalende butterfly zal hierbij de voorkeur hebben. Bij een daling van de slope factor zal er daling worden verwacht van de rentes. Hierbij zullen de lange rentes sneller dalen dan de korte. Een ontvangende butterfly is de juiste optie.
Als de curvature factor zal stijgen, betekent dit dat de middelste looptijden van de rente zullen stijgen en juist de lage en hoge rentes dalen. Hiervoor zal de betalende swap de voorkeur hebben. Bij daling van de curvature factor zal juist het tegenovergestelde plaatsvinden. Er zal stijging zijn in de lage en hoge rentes en daling in de obligaties met de middelste looptijden. Hiervoor zal een ontvangende butterfly geschikt zijn. In de handel periode voorspel je de verandering van de bèta factoren.

Deze positie wordt voor één maand aangehouden, waarna de uitbetaling zal plaatsvinden.

2.6. Risico

Het risico dat met de speculatie wordt gelopen is zeker zo belangrijk als het geld wat ermee verdient kan worden. Voor de verschillende butterfly swaps zullen een aantal risicomaten bekeken worden.

De annual return geeft aan wat er jaarlijks wordt verdiend of verloren als deze strategie een jaar volgehouden wordt. Deze wordt berekend door:

$$Annual\_Return = \sum_{1}^{n} return / T \qquad (10)$$

waarbij T het aantal jaren is waarover de handelsperiode loopt. Bij de annual volatility is te zien wat de standaard deviatie is van de return. In hoeverre de return kan afwijken van de waarde die gegeven is. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de volgende vergelijking:

$$Annual\_Volatility = \frac{\sigma}{\sqrt{1/12}}, \qquad (11)$$

waarbij de maandelijkse volatiliteit wordt omgezet in de jaarlijkse volatiliteit.

De Sharpe ratio geeft aan in hoeverre de extra return het extra risico compenseert.

Hoe hoger de Sharpe ratio, hoe hoger de compensatie voor het risico. De Sortino ratio meet dit ook, maar kijkt naar een minimale opbrengstvoet die ingesteld wordt. Alleen opbrengsten onder deze minimale opbrengstvoet worden meegenomen in de risicometing. In dit geval zal deze minimale opbrengstvoet 5,43% bedragen. Dit is gelijk aan de rente van de 7 jaar yield van januari 1994. Wat de waarde is van de risico vrije rente voor de periode januari 1994 tot december 2000, de periode waarover de handelsstrategie loopt. De Sortino ratio wordt berekend met:

$$Sortino = \frac{\sum Return - MAR}{\sqrt{lpm(Return)}} . \qquad (11)$$

Waarbij MAR de minimale opbrengstvoet is en lpm de lage partiële moment van de data.

De downside deviation geeft het potentiële verlies aan dat gelopen wordt door risico tegen een minimale opbrengst voet. De minimale opbrengstvoet is gelijk aan wat gebruikt is voor de Sortino ratio. De downside deviation wordt berekend met:

$$Downside\_Deviation = \sqrt{lpm(Return)} \qquad (12).$$

3. Resultaten

Bij de resultaten worden de in- en out-sample van het AFNS model besproken. Waarna de returns en risicomaten van de verschillende butterfly. Door veranderingen toe te voegen wordt gekeken of de strategie kan worden verbeterd. Deze veranderingen bestaan uit het voorspellen over een grote voorspelhorizon en het toevoegen van een neutrale zone.

3.1. In-Sample

Voor de in-sample wordt de root mean square error (RMSE) genomen. Deze geeft de fout aan die gemaakt wordt door het modelleren met het correlated AFNS model met de daadwerkelijke rente voor de verschillende looptijden. Deze zijn weergegeven in tabel 1.

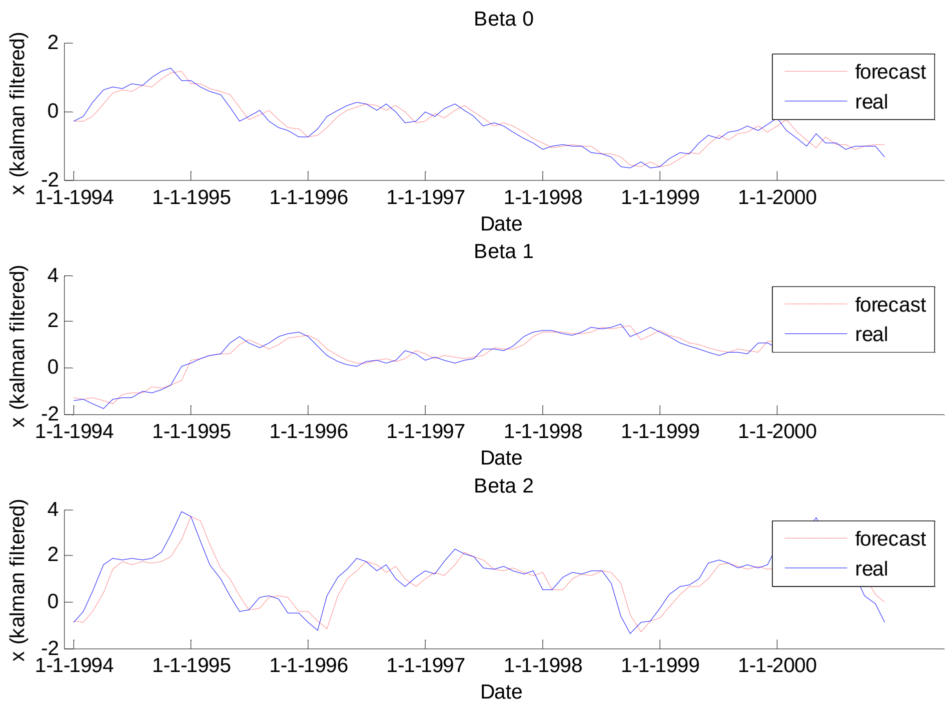
Maturity	RMSE
0.25	0.0940
0.5	0.0571
1	0.1716
2	0.1537
3	0.2315
5	0.2684
7	0.2020
10	0.2249
20	0.0837
30	0.1798

Tabel 1. in sample resultaten voor het correlated AFNS model.

Hierin is te zien dat met name de lage rentes en de 20 jaarrente goed voorspeld wordt. De andere looptijden hebben een grotere RMSE. De goede voorspelling van de 20 jaarrente is door de toevoeging van de extra aanpassingsterm. Zoals in figuur 1 te zien is, ligt de top van de aanpassingsterm bij de 20 jaar looptijd.

3.2. Out-of-Sample

Voor de periode januari 1994 tot december 2000 zijn er met het gecorreleerde AFNS model voorspellingen gemaakt voor de factoren. In figuur 1 is het verloop van de verschillende factoren te zien, dit voor de werkelijke en de geschatte waarden van de factoren met een voorspelhorizon van 1 maand.



Figuur 1. out-of-sample resultaten voor het correlated AFNS model met de voorspelhorizon van 1 maand.

Voor de butterfly swap zijn met name de slope (β_1) en curvature (β_2) interessant om te bekijken, omdat hiermee gespeculeerd wordt.

De daling en stijging van zowel de slope als curvature factor van de voorspelling lijken later in de zetten dan bij de werkelijke waarde. Dit kan als gevolg hebben dat de butterfly swap te vroeg wordt ingezet.

De slope factor is verder vrij vlak. Er moet gekeken worden of hierbij goed is te bepalen wanneer hij daalt en stijgt. De curvature factor maakt grotere veranderingen mee in de tijd.

In de appendix (figuur 4 en 5) staan het verloop van de factoren met respectievelijk de voorspelhorizon van 6 maanden en 12 maanden.

Hierin is te zien dat het verloop van de voorspelde slope factor nog steeds dicht bij de werkelijke waarde ligt voor beide voorspelhorizonnen. Bij de curvature factor doen de voorspellingen het een stuk slechter. Als er weinig fluctuaties zijn is het verloop nog vergelijkbaar. Maar bij grote uitschieters is de voorspelling juist tegenovergesteld. Dit kan gevolgen hebben voor de resultaten bij periodes met grote fluctuaties. Dan kan de verkeerde butterfly swap ingezet worden.

3.3. De butterfly strategie

3.3.1 Slope factor

Na de voorspelling gemaakt te hebben voor de factoren slope en curvature, wordt een butterfly swap ingezet. De cumulatieve return voor de verschillende voorspelhorizonnen voor de speculatie op de slope factor is te zien in tabel 2. Dit is gedaan voor swaps met verschillende rente looptijden.

Voorspel Horizon	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
1 maand	8.57	7.06	4.58	4.74
6 maanden	3.74	3.42	2.57	3.68
12 maanden	8.92	8.29	5.50	7.64

Tabel 2. Gecumuleerde return van de butterfly swap voor de slope factor.

Te zien is dat voor alle swaps een positieve return is gemaakt zonder initieel geld in te leggen. Voor de horizon van 12 maanden wordt een betere return gemaakt dan met de voorspelhorizon van 1 maand. Dit is opmerkelijk, omdat de swap maar 1 maand wordt aangehouden. De butterfly swap van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar geeft het beste resultaat.

Vervolgens wordt gekeken naar de risico metingen van de verschillende voorspelhorizonnen die uitgezet zijn in tabellen 3 tot en met 5.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	1.22	1.01	0.65	0.68
Annual volatility	1.27	1.28	0.82	1.18
Sharpe Ratio	0.2832	0.2309	0.2333	0.1681
Downside Deviation	0.2526	0.2648	0.1813	0.2597
Sortino ratio	0.1936	0.1161	0.0050	0.0108

Tabel 3. Risico maten voor butterfly swap voor de slope factor voor 1 maand.

Voor de 1 maand voorspelling geeft de butterfly swap van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar de beste resultaten. De annual return is hier het hoogst en de annual volitility in verhouding het kleinst. Maar in alle gevallen wordt er een grote jaarlijkse volatiliteit gevonden. De Sharpe ratio is het hoogst. Wat aangeeft dat er de minste risico wordt gelopen ten opzichte van de return voor die swap. De Sortino ratio is ook het grootst en geeft aan dat het de minste risico loopt als alleen de waarden onder de minimale opbrengstvoet worden meegenomen. De downside deviation geeft het verlies aan wat mogelijk is, dus moet zo klein mogelijk zijn. Dit is het geval bij de butterfly swap van 1 maand-2 jaar- 10 jaar en 30 jaar.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	0.5348	0.4884	0.3678	0.5251
Annual volatility	1.2966	1.3058	0.8368	1.2017
Sharpe Ratio	0.1335	0.1210	0.1422	0.1414
Downside Deviation	0.2908	0.2951	0.1986	0.2708
Sortino ratio	-0.0104	-0.0253	-0.0958	-0.7840

Tabel 4. Risico maten voor butterfly swap voor de slope factor voor 6 maanden.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	1.2743	1.1838	0.7862	1.0919
Annual volatility	1.1985	1.2405	0.7958	1.1712
Sharpe Ratio	0.3964	0.3550	0.3678	0.3467
Downside Deviation	0.2448	0.2605	0.1763	0.2499
Sortino ratio	0.3755	0.3131	0.2038	0.2842

Tabel 5. Risico maten voor butterfly swap voor de slope factor voor 12 maanden.

De conclusie van de resultaten van de risico meting voor de 6 en 12 maanden voorspellingen is vergelijkbaar. De butterfly swap van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar loopt de minste risico ten opzichte van de return. Alleen het mogelijke negatieve verlies ten opzichte van de minimale opbrengst is het kleinst in de butterfly swap van 1 maand-2 jaar- 10 jaar en 30 jaar.

3.3.2 Curvature factor

De cumulatieve return voor de verschillende voorspelhorizonnen voor de speculatie op de curvature factor is te zien in tabel 6. Dit is gedaan voor butterfly swaps met verschillende looptijden.

Voorspel Horizon	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
1 maand	-130.8544	57.62	59.68	-2.95
6 maanden	-120.3284	-89.19	-92.98	27.45
12 maanden	146.8192	-1.98	-3.02	-6.02

Tabel 6. cumulatieve return van de butterfly swap voor de curvature factor.

Voor de cumulatieve return zijn veel verschillen te zien. De positieve returns zijn maar in 4 gevallen gevonden. Namelijk voor de voorspelhorizon van 1 maand is de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 30 jaar en van 1 maand-2 jaar- 10 jaar en 30 jaar.

Voor de 6 maanden voorspelling alleen voor de butterfly van 1 maand-5 jaar- 10 jaar en 30 jaar en voor de 12 maanden voor de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar. Voor de rest wordt er dus een verlies gemaakt.

Zoals verwacht is de annual return in de tabellen 7 tot en met 9 voornamelijk negatief, namelijk waarbij de cumulatieve return ook negatief voor is. De annual volatility is in dit geval groot in vergelijking met de annual return. Dit geeft al een zekere vorm van risico aan.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	-18.69	8.2319	8.5251	-0.4212
Annual volatility	48.5432	17.7862	18.5864	5.7718
Sharpe Ratio	-0.1132	0.1360	0.1348	-0.0215
Downside Deviation	13.7568	1.3556	1.4321	1.1074
Sortino ratio	-0.1185	0.4721	0.4641	-0.0811

Tabel 7. Risico maten voor butterfly swap voor de curvature factor voor 1 maand.

Als gekeken wordt naar de Sharpe ratio en de Sortino ratio is die van de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 30 jaar het grootst voor de 1 maand voorspelling. Maar deze wijkt weinig af van de butterfly van 1 maand-2 jaar- 10 jaar en 30 jaar. De andere zijn negatief aangezien de return negatief is. Daarbij is de downside deviation groot, omdat er een verlies verwacht wordt.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	-17.1898	-12.7414	-13.2831	3.9220
Annual volatility	50.1165	18.0657	18.8720	5.1976
Sharpe Ratio	-0.1110	-0.2285	-0.2280	0.2445
Downside Deviation	14.6766	5.4629	5.7046	0.6534
Sortino ratio	-0.1160	-0.2336	-0.2328	0.4925

Tabel 8. Risico maten voor butterfly swap voor de curvature factor voor 6 maanden.

De minste risico voor de 6 maanden voorspelling is de butterfly van 1 maand-5 jaar- 10 jaar en 30 jaar. Dit is te zien aan de hoogste Sharpe en Sortino ratio. En hier is juist de kleinste downside deviation.

	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
Annual Return	20.9742	-1.5560	-0.4317	-1.0623
Annual volatility	51.9931	2.2686	20.0992	0.3082
Sharpe Ratio	0.1489	-0.0054	-0.0079	-0.1213
Downside Deviation	1.9234	4.8503	4.9767	0.9724
Sortino ratio	1.2231	-0.1098	-0.0209	-0.6157

Tabel 9. Risico maten voor butterfly swap voor de curvature factor voor 12 maanden.

Voor de 12 maands voorspelling is butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar de swap met de minste risico. Daarbij is weer de hoogste Sharpe en Sortino ratio te vinden en de laagste downside deviation.

3.4. Neutrale zone

Bij de analyse van de return per maand is gebleken dat als er een daling van zowel de slope als de curvature factor vaak een negatieve return wordt bevonden. Dit kan komen door het onjuist voorspellen van de factor of dat de swap die wordt gedaan bij de daling niet voldoet. Om dit te voorkomen wordt er een soort neutrale zone ingevoerd. Bij bepaalde waarden zal niet worden gehandeld door middel van de butterfly swaps.
Hetgeen betekent dat er niet zal gehandeld worden als het verschil tussen de voorspelde factor voor t=1 minus de factor op t=0 tussen de 0 en de 0.1 valt.
Dit geeft de volgende resultaten in tabel 10 en kan vergeleken worden met de cumulatieve returns in tabel 2 voor de slope factor. En voor de curvature factor wordt tabel 11 vergeleken met tabel 6.

Voorspel Horizon	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
1 maand	13.45	12.54	8.14	10.31
6 maanden	11.52	11.84	7.98	11.52
12 maanden	11.14	11.06	7.44	10.81

Tabel 10. Cumulatieve return van de butterfly swap voor de slope factor met neutrale zone.

Voor de slope factor zijn de cumulatieve returns sterk verhoogt voor alle voorspelhorizonnen en voor de verschillende butterfly swaps. Ditmaal geeft de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar voor de 1 en 12 maand voorspelling de beste swap. Voor 6 maanden is dit de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 30 jaar.

Voorspel Horizon	2y-5y-10y	2y-5y-30y	2y-10y-30y	5y-10y-30y
1 maand	-129.90	58.32	60.04	0.21
6 maanden	-104.65	-38.92	-40.74	40.46
12 maanden	7.19	-9.26	-11.41	1.94

Tabel 11. Cumulatieve return van de butterfly swap voor de curvature factor met neutrale zone.

Voor de curvature factor zijn voor de 1 maand voorspelling maar kleine verschillen waar te nemen. Waarbij de 1 maand-5 jaar- 10 jaar en 30 jaar nu een kleine positieve waarde heeft aangenomen. Voor de 6 maanden voorspelling zijn de verliezen verkleint en de winst vergroot. Ook ditmaal geeft de butterfly van 1 maand-5 jaar- 10 jaar en 30 jaar de beste resultaten. Voor de 12 maanden voorspelling is er een slechtere uitkomst gevonden, behalve voor de butterfly van 1 maand-5 jaar- 10 jaar en 30 jaar. Deze geeft nu een kleine positieve return.

4. Conclusie

Om de onderzoekvraag te beantwoorden is er gekeken naar een AFNS model voor het voorspellen van de factoren die de rentecurve beschrijven. Met name de slope en curvature factor van het gecorreleerde AFNS model. Hierbij is gebleken dat het AFNS model de stijging en dalingen van de factoren redelijk beschrijft voor de 1 maand voorspelling. Maar vooral de curvature factor over een langere voorspelhorizon slecht voorspelt. De slope factor wordt hier nog wel goed voorspelt.

Voor de butterfly swaps, die gebruikt worden bij speculatie met de slope factor, wordt bij allen een positieve return bevonden. De risico's, die gelopen worden bij de verschillende swaps, liggen vrij dicht bij elkaar en zijn relatief klein bevonden. De butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar wordt als beste bevonden voor alle voorspelhorizonnen. Het gebruik van een neutrale zone verhoogt alle returns. Dit zal dan ook gebruikt moeten worden bij speculatie met de slope factor.

Bij de curvature factor zijn wisselende resultaten. Het instellen van een neutrale zone geeft maar een kleine verbetering en voor de 12 maanden voorspelling zelfs een verslechtering. De resultaten verschillen nogal bij het gebruik van de verschillende voorspelhorizonnen.

Dat de swaps bij de curvature factor verschillend presteren is mogelijk te verklaren door de wisselende resultaten van het AFNS model. Bij de 1 maand voorspelling lijkt de voorspelling er elke keer 1 maand naast te zitten. Wellicht zullen de resultaten veranderen als de swap voor een langere periode, namelijk 2 maanden, wordt aangehouden. De voorspellingen van de 6 en 12 maanden hangen vooral erg af van grote fluctuaties in een periode. Bij grote dalingen of stijgingen geeft het AFNS model een tegenovergestelde voorspelling en wordt de verkeerde butterfly swap ingezet. Een grotere voorspelhorizon inzetten voor het speculeren met de curvature factor is niet positief bevonden.

Om de onderzoeksvraag te beantwoorden. Er kunnen met het AFNS model goede butterfly swaps worden gevormd, waarmee weinig risico ten opzichte van de return gelopen worden en positieve returns behaald. Hierbij wordt aanbevolen om te speculeren op de slope factor met de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar met de voorspelhorizon van 1 maand en het gebruik van de neutrale zone.

Het speculeren met de curvature factor geeft hogere returns dan de speculatie met de slope factor. Er worden wel grote negatieve returns verkregen. De hoogste return wordt gegeven door de butterfly van 1 maand-2 jaar- 5 jaar en 10 jaar met een voorspel horizon van 12 maanden en zonder het gebruik van een neutrale zone. Er wordt wel een groter risico gelopen ten opzichte van de opbrengst en een groter potentieel verlies is mogelijk.

5. Refenties

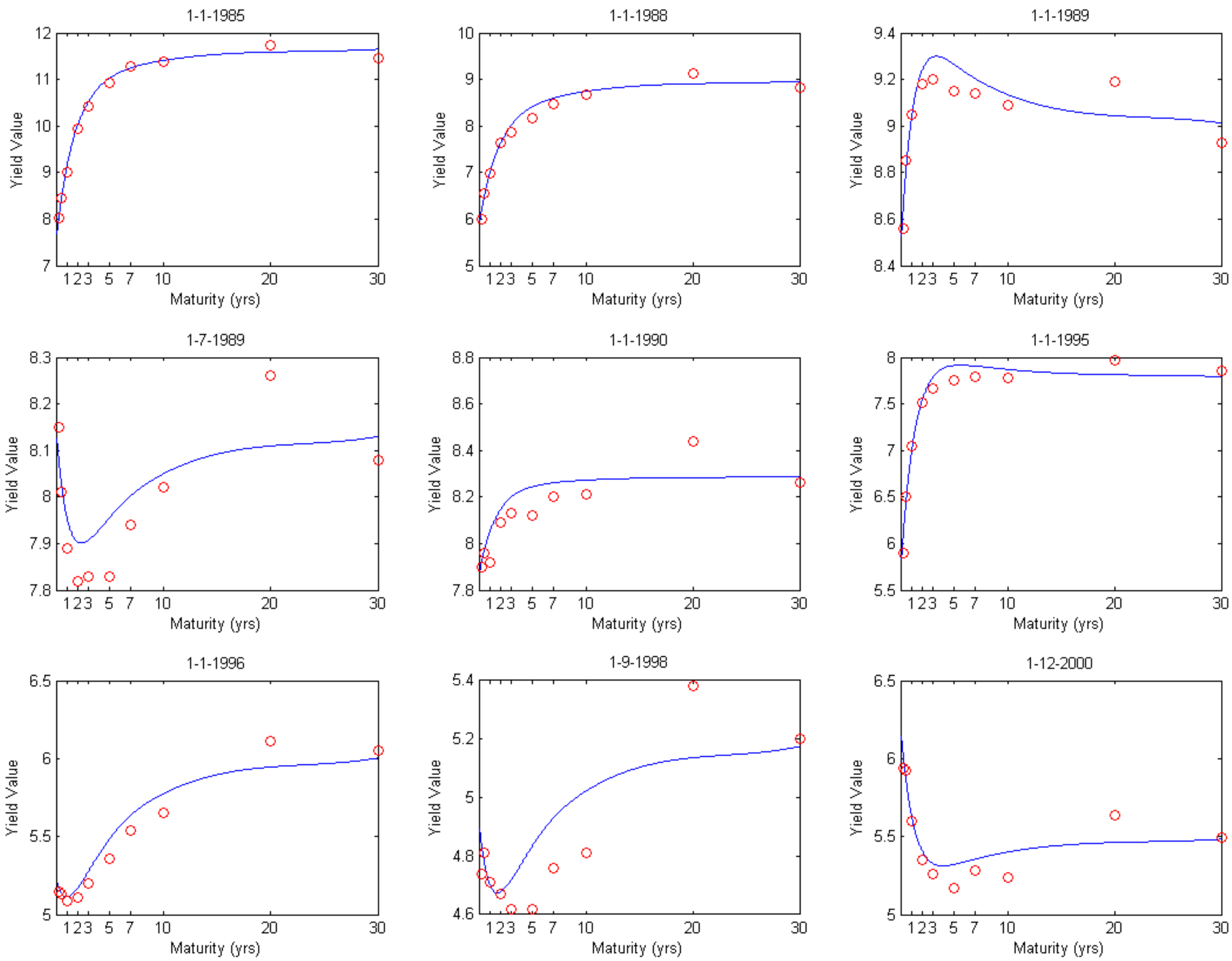
Christensen, J.H.E., F.X. Diebold, and G.D. Rudebusch (2007), The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models,*Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper Series*, 2007-20.

Fabozzi, F.J, Martellini, L, and Priaulet, P (2005), Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Fixed Income,* Vol.15, No. 1:40-53

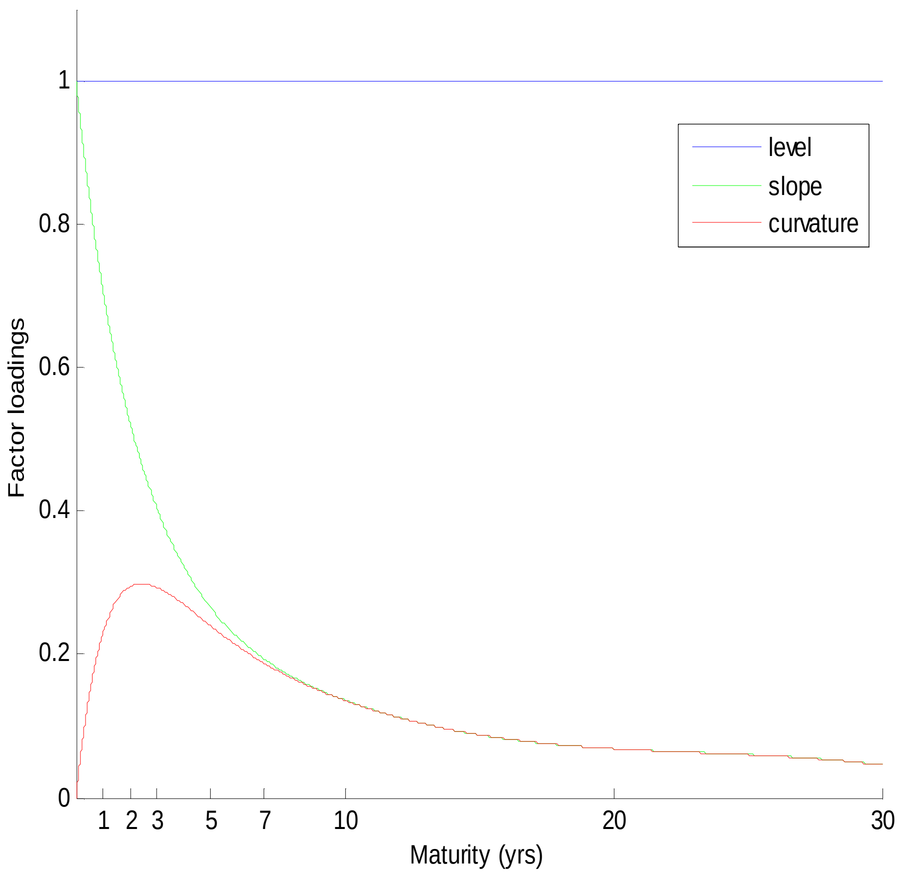
Martellini,L., Priaulet, P., and Priaulet, S., Fixed-Income Securities: Valuation, Risk Management and portfolio Strategies, *John Wiley & Sons,* 2003.

Snijder,B., Chabok,B., Vroegindeweij,M., Meijers, T., Het Arbitrage-vrije Nelson-Siegel model, *werkcollege opdracht*, 2009.

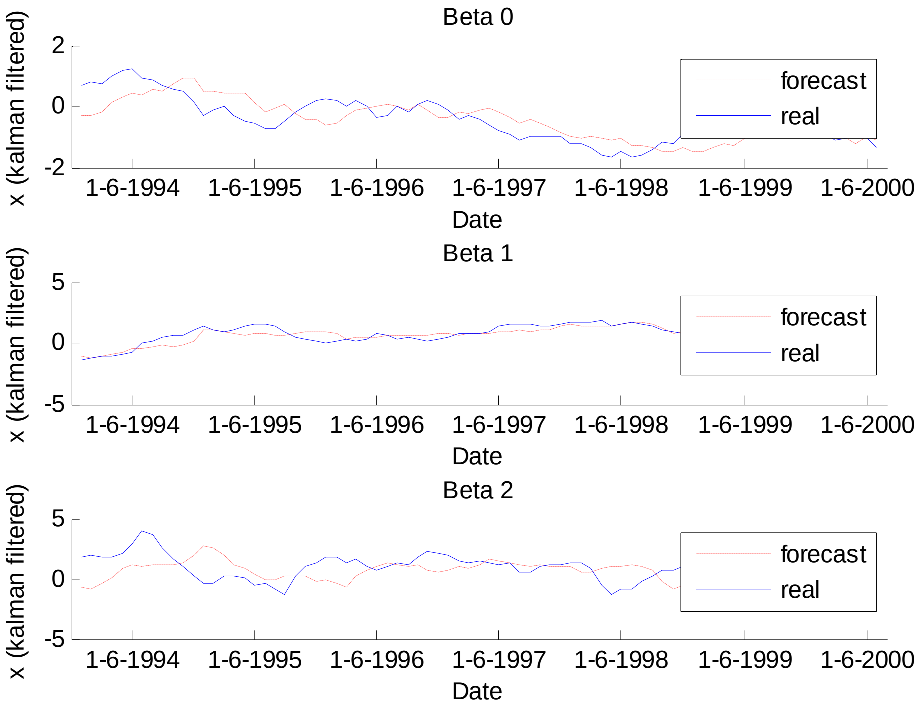
6. Appendix



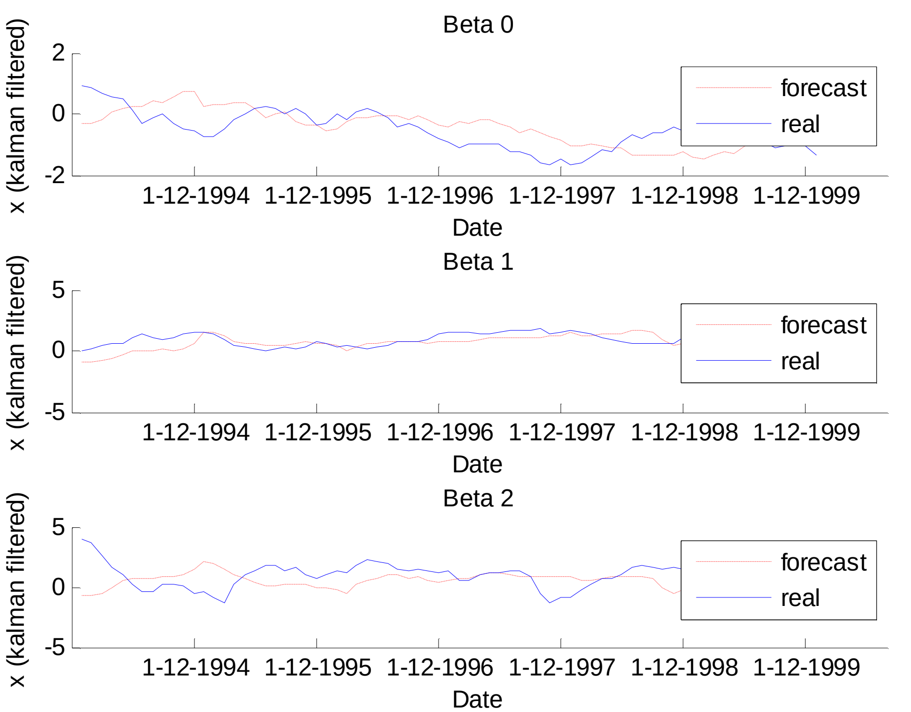
Figuur 2.Verschillende vormen die de rentecurve kan aannemen.



Figuur 3 Factor loadings over de Maturities, gegeven een λ van 0.0609.



Figuur 4. out-of-sample resultaten voor het correlated AFNS model met de voorspelhorizon van 6 maanden.



Figuur 5. out-of-sample resultaten voor het correlated AFNS model met de voorspelhorizon van 12 maanden.