



De wet van Benford als detectiemiddel van earnings management

Johannes van der Drift

Studentnummer: 382577

Begeleider: R.H.R.M. Aernoudts

Inhoud

1. Inleiding.....	2
2. Theorie	4
2.1 Earnings management	5
2.2 Benford's Law.....	6
2.3 Bewijs voor Benford's Law.....	8
Schaalinvariantie	8
Grondtal invariantie	10
2.4 Voorwaarden dataset Benford's Law.....	11
2.5 Toepassing Benford's Law.....	12
3. Data en Methodologie	14
4. Resultaten	16
5. Discussie en verder onderzoek	20
6. Conclusie	21
7. Literatuur	22

1. Inleiding

Het 'Report to the Nations 2020' doet verslag van een onderzoek uitgevoerd door de Association of Certified Fraud Examiners (ACFE) naar fraude. Uit dit onderzoek blijkt dat 86% van de onderzochte gevallen bestond uit 'asset misappropriation' met een mediaan verlies van \$100.000. Daartegenover zijn met 10% van de gevallen 'financial statement fraud schemes' minder voorkomend, maar deze hebben wel het grootste effect op de winst van een bedrijf met een mediaan verlies van \$954.000 (ACFE, 2020). Frauduleuze financiële verslaggeving heeft een relatie met 'earnings management' (Perols & Lougee, 2011). Earnings management is in de literatuur op verschillende wijzen beschreven en kan als volgt gedefinieerd worden: "Earnings management is recognized as attempts by management to influence or manipulate reported earnings by using specific accounting methods (or changing methods), recognizing one-time non-recurring items, deferring or accelerating expense or revenue transactions, or using other methods designed to influence short-term earnings." (Akers et al., 2007). Earnings management wordt door het management van een bedrijf om uiteenlopende redenen toegepast. Giroux wijst de drie belangrijkste van deze redenen aan: bonussen, verplichtingen aan schuldeisers en het behalen van verwachtingen van beursanalisten (Giroux, 2004).

De betrouwbaarheid van cijfers in de jaarrekening is van groot belang. Diverse stakeholders en instanties maken gebruik van deze cijfers om beslissingen te nemen. Gendron (2002) wijst schuldeisers, overheid en investeerders aan als de drie belangrijkste gebruikers van de jaarrekening. Indien 'earnings management' wordt toegepast, is er informatie asymmetrie. Dit kan een verstoring effect hebben op de beslissingen van de gebruikers van de jaarrekening. De wettelijke controle die accountants uitvoeren en het oordeel dat zij geven over de financiële verslagen draagt bij aan de betrouwbaarheid van de jaarrekening (AFM, 2020).

De ontwikkelingen in data-analyse en digitalisering maken het mogelijk om cijfers uitgebreider en met een hogere mate van precisie te controleren. Een wet die steeds meer aanzien krijgt in gebruik bij fraudedetectie is de wet van Benford (Moolman, 2017). Deze wet stelt dat alle natuurlijke getallen in een dataset een vaste logaritmische verdeling volgen. Wanneer dit niet het geval is, kan dit duiden op fraude. Een voorbeeld waarbij deze wet met succes is toegepast voor data analyse, is een call center schandaal in de Verenigde Staten (Craven McGinty, 2014). Alhier konden werknemers terugbetalingen (refunds) geven tot een bovengrens van vijftig dollar. Voor alle terugbetalingen boven vijftig dollar was toestemming nodig van een supervisor. Zonder data-analyse was het een immense taak geweest om controle uit te voeren over de honderden werknemers die op hun beurt duizenden terugbetalingen behandelden. KPMG heeft van alle refunds het eerste cijfer genomen, en vonden dat er een buitensporig hoog percentage begon met het cijfer vier. Bij nadere inspectie bleek dat een aantal werknemers voor honderden duizenden dollars refunds aan zichzelf en familieleden

doorsluisden, door net onder de meldgrens van vijftig dollar te blijven bij elke transactie. De wet van Benford is nog geen standaard onderdeel van de externe controle, maar kan dus een waardevolle toevoeging zijn (Carreira et. al., 2016). De centrale vraagstelling van dit onderzoek luidt dan als volgt:

Kan de wet van Benford een rol spelen bij detectie van earnings management?

Deze vraagstelling wordt onderzocht met behulp van de volgende deelvragen:

1. Is de wet van Benford geaccepteerd als instrument in het controlerend onderzoek van de accountant?
2. Kan met behulp van de wet van Benford earnings management worden vastgesteld bij Nederlandse bedrijven?

Het doel van deze scriptie is bij te dragen aan bestaande kennis over fraude detectie en de mogelijke toekomstige toepassing van de wet van Benford als instrument voor de externe controle. Deze scriptie heeft praktische relevantie voor de controlerend accountants, overheid en investeerders om bestaande controle modellen te verbeteren of uit te breiden.

2. Theorie

De theorie, die aan dit onderzoek vooraf is gegaan, is te onderscheiden in verschillende secties. Het eerste deel gaat over onderzoek dat is gedaan naar earnings management. Het tweede deel gaat over de wet van Benford. Het laatste deel gaat over de toepassing van de wet van Benford op accounting data.

De bestaande theorie over fraude detectie is voor een groot deel beïnvloed door de fraudedriehoek van Donald Cressay (Wells, 2013). De fraudedriehoek wijst drie risicofactoren aan die tot fraude aanleiding kunnen geven. De eerste factor is druk of stimulans. Dit kan komen doordat iemand in financiële problemen verkeert. Het kan ook komen doordat management druk ervaart om te voldoen aan verwachtingen van investeerders. De tweede factor van de fraudedriehoek gaat over de gelegenheid om fraude te plegen. Indien het heel makkelijk is om fraude te plegen, is logischerwijs het risico op fraude ook groter. Een voorbeeld hiervan zijn de interne beheersingsmaatregelen. Wanneer deze inadequaat zijn, kan een persoon fraude plegen zonder gedetecteerd te worden. Het laatste deel gaat over de rationalisatie of instelling van een persoon die fraude pleegt. Als een persoon eerder geneigd is om fraude te plegen of dit goed te praten voor zichzelf, zal ook het risico op fraude groter zijn. Dit laatste punt is moeilijk door een controlerend accountant in te schatten. Desalniettemin moet hiervoor gewaakt worden, alle factoren dragen namelijk bij aan het risico op fraude. Bovenstaande wordt als volgt samengevat in een citaat van Cressey: *“Trusted persons become trust violators when they conceive of themselves as having a financial problem which is non-shareable, are aware this problem can be secretly resolved by violation of the position of financial trust, and are able to apply to their own conduct in that situation verbalizations which enable them to adjust their conceptions of themselves as trusted persons with their conceptions of themselves as users of the entrusted funds or property.”* (Cressey, 1973). In diverse publicaties en voorschriften van beroepsorganisaties van accountants wordt aandacht geschonken aan de mogelijkheden om de hierboven uiteengezette frauderisico's te mitigeren. Dit wordt gedaan in publicaties van de Nederlandse Beroepsorganisatie van Accountants (NBA) en het American Institute of Certified Public Accountants (AICPA). In de Nadere Voorschriften Controle en Overige Standaarden (NVCOS) 240 en Consideration of Fraud in a Financial Statement Audit (AICPA, 2002) wordt ingegaan op een breed scala aan fraude risico's en hoe de audit opgezet moet worden om deze risico's tijdig te detecteren.

Het tweede deel van de theorie gaat over de wet van Benford, waarna het laatste deel over de toepassing van de wet van Benford op accounting data zal gaan. Dit paper onderzoekt de wet van Benford als hulpmiddel bij een controle voor de accountant. Benford onderzocht een dataset van getallen, en stelde vast dat het cijfer één veel vaker voorkomt als eerste getal ten opzichte van hogere cijfers (Benford, 1938). Zijn wet stelt de kans op 30,1% dat één het eerste cijfer is in een getallenreeks,

daartegenover is de kans op een negen als eerste cijfer slechts 4,6%. Hij stelde ook percentages voor het tweede cijfer in een getallenreeks vast. Vervolgens kan met data gekeken worden of conformiteit met de wet van Benford wordt vastgesteld. Dit is door verschillende onderzoeken op accounting data toegepast. Carslaw vond in 1988 dat een buitengewoon hoog percentage van bedrijven in Nieuw-Zeeland een nul als tweede cijfer van hun netto inkomen rapporteerde en laag aantal cijfers acht of negen. Hij stelde dat bedrijven hun inkomen naar boven afronden (Carslaw, 1988). Thomas bestudeerde bedrijven in de Verenigde Staten en had een vergelijkbaar resultaat. Daarnaast vond hij dat bedrijven met positieve 'earnings per share' (EPS) naar boven afronden, en bedrijven met negatieve EPS naar beneden afronden (Thomas, 1989). Skousen et al. hadden hetzelfde afrondingsresultaat gevonden bij Japanse bedrijven (Skousen et al., 2004).

2.1 Earnings management

Bij fraude door opzettelijk handelen, kan men twee verschillende vormen onderscheiden: fraude door oneigenlijke toe-eigening van activa en frauduleuze financiële verslaggeving (NVCOS 240). Fraude door oneigenlijke toe-eigening van activa wordt vaker gepleegd door personeel dat geen managementfunctie bekleedt. In dit geval gaat het vaker om kleine bedragen die niet van materieel belang zijn. Management pleegt ook dit soort fraude. Echter door hun positie zijn zij makkelijker in staat deze fraude te verbergen (NVCOS 240, A5). Frauduleuze financiële verslaggeving staat ook bekend als boekhoudfraude of 'earnings management'. De definitie van earnings management wordt door Akers et al. als volgt benaderd: *"Earnings management is recognized as attempts by management to influence or manipulate reported earnings by using specific accounting methods (or changing methods), recognizing one-time non-recurring items, deferring or accelerating expense or revenue transactions, or using other methods designed to influence short-term earnings."* (Akers et al., 2007). De redenen dat mensen overgaan tot het plegen van fraude of earnings management is te verklaren door drie factoren: druk, gelegenheid en rationalisatie (Cressey, 1973).

Burgstahler vond dat bedrijven hun gerapporteerde cijfers manipuleren om verliezen of daling van de omzet te maskeren (Burgstahler et al., 1997). Giroux (2004) stelde dat management inkomsten manipuleert om drie redenen: bonussen, verplichtingen door schulden en voldoen aan verwachtingen van investeerders. Het American Institute of Certified Public Accountants (AICPA) haalt dezelfde redenen aan voor het plegen van fraude. Deze publicatie ging echter ook in op de financiële stabiliteit of winstgevendheid van een bedrijf als risico op fraude. Dit risico kan komen door economische, industriële of operationele omstandigheden (AICPA, 2002). Earnings management heeft een negatief effect op beslissingen van gebruikers van de jaarrekening. Investeerders en schuldeisers maken hierdoor beslissingen met niet alleen onvolledige, maar opzettelijk foute informatie. Hoewel bij

earnings management niet altijd sprake is van het ontnemen van fysiek geld, kan deze vorm van fraude desastreuze gevolgen hebben. Voorbeelden van dit soort gevolgen kwamen aan het licht na fraudeschandalen bij Enron, Worldcom en Parmalat (Miller, 2003; Buchanan et al. 2005). Het detecteren van omzetmanipulatie is dus van groot belang. Dit onderzoek zal ingaan op de verschillende mogelijkheden om dit te doen met behulp van de wet van Benford. De wet van Benford kan gebruikt worden om manipulatie van omzetcijfers te detecteren. In dat geval zullen de cijfers niet voldoen aan de kansverdeling volgens de wet van Benford. De wet van Benford wordt hierna verder toegelicht.

2.2 Benford's Law

Dat de getallen in een getallenreeks een bepaalde verdeling hebben, werd voor het eerst opgemerkt in 1881 door de wiskundige Simon Newcomb. Hij merkte op bij het bestuderen van logaritmische tabellen dat de eerste pagina's sneller tekenen van slijtage vertoonden dan de laatste pagina's. Op de eerste pagina's stonden logaritmes van getallen met het begincijfer één, de latere pagina's bevatten tabellen met hogere begincijfers. Hij leidde af dat natuur- en wiskundigen vaker rekenden met getallen die met het cijfer één of twee begonnen dan met getallen die met acht of negen begonnen (Newcomb, 1881). Vervolgens trachtte hij dit fenomeen wiskundig te benaderen. Newcomb benaderde de kans dat c het begincijfer is van een getal, afgeleid kan worden van de volgende formule:

$$P(\text{begincijfer} = c) = \frac{\log(c+1) - \log(c)}{\log(10) - \log(1)} = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{c}\right) \text{ voor } c = 1, 2, \dots, 9.$$

Naast deze formule benaderde Newcomb dat de verdeling beweegt naar een uniforme verdeling, naarmate een hogere positie in het getal wordt bekeken. Hij concludeerde dat de kansen voor cijfers op de derde positie nagenoeg hetzelfde zijn, en dat het verschil vanaf de vierde positie verwaarloosbaar is (Newcomb, 1881). Voor het tweede cijfer in een getal geldt:

$$P(\text{tweede cijfer} = c) = \sum_{k=1}^9 \log_{10}\left(1 + \frac{1}{10k + c}\right) \text{ voor } c = 0, 1, 2, \dots, 9.$$

Uit bovenstaande formule volgt dat het tweede cijfer afhankelijk is van het eerste cijfer. De kans is namelijk de som van getallen die c als tweede cijfer hebben. Het eerste cijfer in een getal kan niet nul zijn. Als men dan de kans voor achtereenvolgende intervallen berekent, kan de kans op cijfer $c = 5$ als tweede cijfer bepaald worden. Dit gaat als volgt:

$$P(\text{tweede cijfer} = 5) = \frac{\ln\left(\frac{16}{15}\right)}{\ln(10)} + \frac{\ln\left(\frac{26}{25}\right)}{\ln(10)} + \dots + \frac{\ln\left(\frac{96}{95}\right)}{\ln(10)}$$

Newcomb leverde geen grondige onderbouwing of bewijs voor zijn bevindingen. Hoewel hij ze publiceerde in het American Journal of Mathematics, zijn de bevindingen niet direct aangenomen door het grotere wetenschappelijke publiek (Hill, 1998; Moolman, 2017). In 1938 maakte de natuurkundige Frank Benford dezelfde observatie bij het bestuderen van boeken met logaritmetabellen. Hiermee herontdekte hij het fenomeen dat Simon Newcomb al had beschreven (Singleton, 2011). Hij nam waar dat bladzijden aan het begin van het boek meer slijtage vertoonden dan bladzijden aan het einde van het boek. Omdat de eerste bladzijden logaritmes bevatten van getallen met lagere begincijfers, stelde hij dat deze vaker werden opgezocht omdat er een grotere fractie getallen met een lager begincijfer zijn in de wereld (Benford, 1938; Nigrini, 1999). Zo kon er een algemeen geldende wet worden opgesteld over het plaatswaardesysteem. Dit noemt men een plaatswaardesysteem omdat niet alleen de waarde maar ook de plaats van het cijfer van betekenis is voor het hele getal. Romeinse cijfers volgen bijvoorbeeld niet een volledig plaatswaardesysteem. 'III' staat namelijk voor het getal 3, en niet 111. In tegenstelling tot Newcomb, heeft Benford getracht zijn theorie te bewijzen met wiskundige data. Hij heeft hiervoor 20.229 observaties verzameld uit twintig verschillende datasets. Voorbeelden van datapunten zijn oppervlaktes van rivieren, populatiecijfers, sterftcijfers en moleculaire gewichten. Zijn belangrijkste bevinding was dat het eerste cijfer in deze getallen een logaritmische verdeling volgde (Silva et al., 2017).

Tabel 1: Verwachte kans positie cijfer op basis van wet van Benford

Cijfer	1 ^e positie	2 ^e positie	3 ^e positie	4 ^e positie
0		0,11968	0,10178	0,10018
1	0,30103	0,11389	0,10138	0,10014
2	0,17609	0,10882	0,10097	0,10010
3	0,12494	0,10433	0,10057	0,10006
4	0,09691	0,10031	0,10018	0,10002
5	0,07918	0,09668	0,09979	0,09998
6	0,06695	0,09337	0,09940	0,09994
7	0,05799	0,09035	0,09902	0,09990
8	0,05115	0,08757	0,09864	0,09986
9	0,04576	0,08500	0,09827	0,09982

Bron: Nigrini (1996)

2.3 Bewijs voor Benford's Law

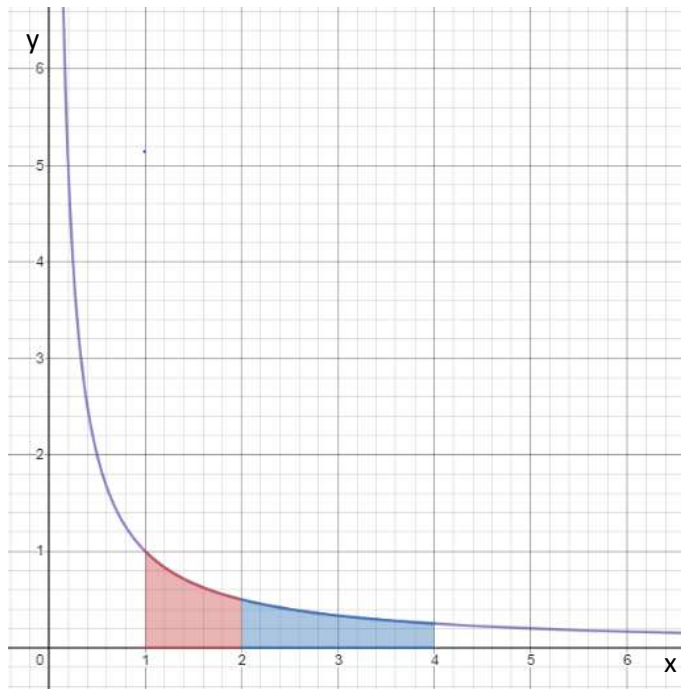
Schaalinvariantie

De wet van Benford kon als fenomeen worden waargenomen. Het wiskundig bewijs hiervoor werd later gegeven. De eerste die aannemelijk bewijs aanvoerde was wiskundige Roger Pinkham. Hij stelde schaalinvariantie als mogelijk bewijs van de wet van Benford. Schaalinvariantie houdt in: als de begincijfers van getallen van fysische grootheden een bepaalde verdeling aanhouden, dan is die verdeling onafhankelijk van de gehanteerde eenheden. Dit is te zien in de data van Benford over lengte van rivieren. Dat de verdeling van begincijfers hier universeel is, geldt zowel voor een verdeling in metrische als voor een verdeling in imperiale eenheden. Neem een populatie van fysieke grootheden en de afgeleide verdeling van begincijfers. Wanneer men deze populatie met een constante vermenigvuldigt, volgt uit schaalinvariantie dat de verdeling van de begincijfers hetzelfde blijft (Pinkham, 1961). In 1976 bracht Ralph Raimi een grondig onderzoek uit naar de belangrijkste argumenten voor de wet van Benford. Hij leverde echter geen concluderend bewijs. Het bewijs dat als baanbrekend voor de wet van Benford werd gezien, is het bewijs dat Hill in 1995 leverde (van der Salm, 2007; Kuruppu, 2019). Dit bewijs wordt hierna verder uitgewerkt.

De schaalinvariantie kan men wiskundig op de volgende manier benaderen. Beschouw de functie:

$$f(x) = \frac{1}{x} \text{ (voor } x > 0 \text{)}$$

Indien men deze functie uitzet in een grafiek, kan men de oppervlakte onder de functie tussen punten a en b kan men duiden als $O(a, b)$. Dit noemt men ook wel een hyperbooltrapezium. Als alle getallen van dit interval worden vermenigvuldigd met dezelfde constante C , blijft de waarde van het oppervlak gelijk aan het eerstgenoemde oppervlak. In figuur 2 is te zien dat het rood gearceerde oppervlak gelijk is aan het blauw gearceerde oppervlak. Specifiek gezegd: $O[1, 2] = O[2, 4]$. De constante, waarmee de getallen op het eerste interval zijn vermenigvuldigd, is logischerwijs $C = 2$.



Figuur 2: Hyperbooltrapezia

Voor de hyperbooltrapezia geldt:

$$\ln(x) : O(1, x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt \quad \text{hieruit leidt men af} \quad O(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x} = \ln(b) - \ln(a) = \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Dan geldt:

$$O(Ca, Cb) = \ln\left(\frac{Cb}{Ca}\right) = \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Dat hyperbooltrapezia deze logaritmische functie volgen, is de reden dat het natuurlijk logaritme vroeger ook wel het hyperbolische logaritme werd genoemd (van der Salm, 2007). Een belangrijk onderdeel van het bewijs van Hill was het bepalen van het juiste 'probability domain' (Hill, 1995). De huidige theorie bij kansrekeningen gaat uit van het *countable additivity probability* axioma:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n Ei\right) = \sum_{i=1}^n P(Ei)$$

Dit stelt dat bij een set gebeurtenissen, de kansen van de afzonderlijke gebeurtenissen optellen tot één. Deze set van afzonderlijke gebeurtenissen noemt men een sigma-algebra. De wet van Benford kon dan bewezen worden door te kijken naar de verdeling bij getallen met hetzelfde begincijfer, in plaats van naar verschillende getallen. Door getallen met hetzelfde begincijfer te bestuderen en de kansen van deze subsets, kon iets gezegd worden over de algemene logaritmische verdeling van het eerste cijfer in een getal en de daarop volgende cijfers (Hill, 1995). Dan werd de voorwaarde van *countable additivity* niet geschonden. Hieruit volgt de *General Significant-Digit Law*:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^k \{C_i = c_i\}\right) = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{\sum_{i=1}^k c_i \cdot 10^{k-i}}\right)$$

Deze wet geldt voor alle k cijfers op k plaatsen in een getal. Dus niet alleen de kans dat het cijfer $C_i=(1,2,3\dots 9)$ op de eerste plaats staat, maar ook de kans dat $(0,1,2\dots 9)$ op de daaropvolgende plaatsen staat. Hier is te zien dat de wet van het eerste cijfer in een getal wordt samengevoegd met andere *significant-digit laws*. Bovendien kan men zien dat de cijfers na het eerste cijfer afhangen van dat eerste cijfer (Hill, 1995). Naarmate het cijfer op een latere plaats in het getal staat, convergeert de kans naar een uniforme verdeling. De cijfers vanaf de derde positie zijn dus minder afhankelijk van het eerste cijfer. Dit werd ook al door Newcomb (1881) opgemerkt. Uit bovenstaande formule kan men de kans afleiden dat een getal 2, 5 en 4 als eerste drie cijfers heeft:

$$P((C_1, C_2, C_3) = (2, 5, 4)) = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{254}\right) \cong 0,0017$$

Grondtal invariantie

Het meest baanbrekende bewijs voor de wet van Benford werd geleverd in 1995 door Theodore Hill. Hij bewees dat elke universele significant-digit wet grondtal invariant is, geïmpliceerd door schaalinvariantie. Dit betekent dat de wet nog steeds geldt bij een ander grondtal van het logaritme dan tien. Alle argumenten die de first-significant digit wet (eerste formule Newcomb) en de *General Significant-Digit Law* onderbouwen, gelden ook bij een ander grondgetal dan tien voor het plaatswaardesysteem. Als dan de kansverdeling voor het eerste cijfer wordt opgemaakt voor grondgetal β , geldt de volgende formule:

$$P(\text{eerste cijfer} = c) = \log_{\beta}\left(1 + \frac{1}{c}\right)$$

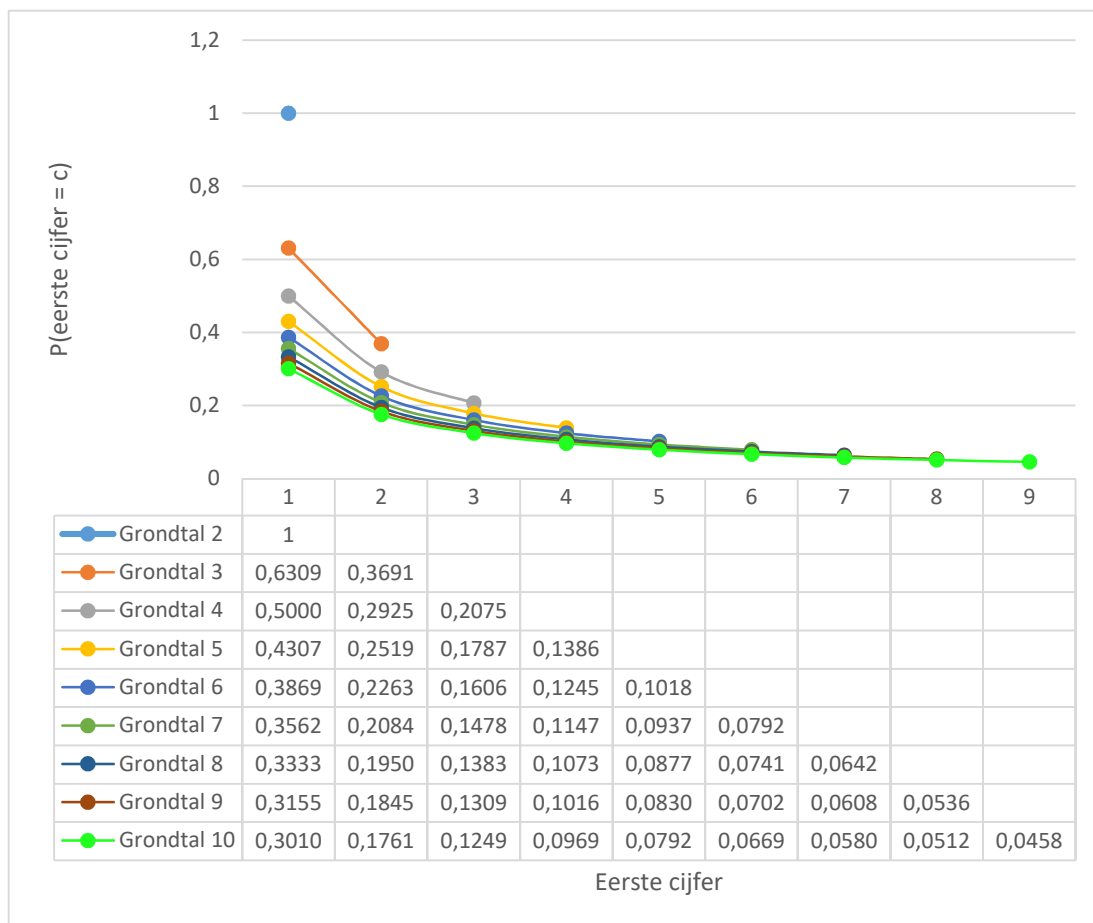
De kans op het eerste cijfer kan worden benaderd door het oppervlakte te berekenen van het hyperbooltrapezium boven een interval. Voor de kans op '3' als eerste cijfer, moet men dus het oppervlakte berekenen boven interval $[3,4]$. Bij grondtal 10 volgt deze kans dan uit de volgende formule:

$$P(x \in [3,4]) = \frac{O(3,4)}{O(1,10)} = \frac{\int_3^4 \frac{dx}{x}}{\ln(10)} = \frac{\ln(4) - \ln(3)}{\ln(10)} = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cong 0,1249$$

Als de kans op begincijfer '3' wordt benaderd op basis van grondtal acht in plaats van tien, kan dit worden benaderd als volgt:

$$P(x \in [3,4]) = \frac{O(3,4)}{O(1,8)} = \frac{\int_3^4 \frac{dx}{x}}{\ln(8)} = \frac{\ln(4) - \ln(3)}{\ln(8)} = \log_8\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cong 0,1383$$

Figuur 3 laat zien hoe de kansverdeling voor het eerste cijfer verloopt bij grondgetallen twee tot en met tien. De uitkomsten van bovenstaande berekeningen zijn hier ook te zien.



Figuur 3: Kansverdeling eerste cijfer Wet van Benford voor grondtallen 2 tot en met 10

Hill benadrukt dat schaalinvariantie en grondtalinvariantie wiskundig bewijs leveren voor de wet van Benford, maar nog geen empirische verklaring geven. Waarom is het dat een grote dataset van natuurlijke getallen logaritmisch verdeeld is, en schaal- en grondtalinvariant? Benford stelde zelf al vast dat niet alle datasets de logaritmische verdeling volgden (Benford, 1938). Juist omdat het een verzameling is van al deze datapunten, verklaart dit de uniforme verdeling (Hill, 1995). Ook Raimi wees op het feit dat samenvoegen van alle datatabellen, de beste benadering van de logaritmische verdeling gaf (Raimi, 1969).

2.4 Voorwaarden dataset Benford's Law

Om te testen of getallen in een dataset voldoen aan de wet van Benford, moet de dataset aan bepaalde criteria voldoen. Deze criteria worden door Drake en Nigrini als volgt gegeven (Nigrini et al., 2000):

1. De getallen mogen geen minimum of maximum hebben in de dataset. De lengte van een persoon is hier een voorbeeld van. Mensen kunnen logischerwijs niet boven een bepaalde lengte groeien.
2. De getallen mogen niet zijn toegewezen. Dit geldt bij telefoon- of postcodenummers welke artificieel zijn toegewezen.
3. De getallen in een dataset moeten dezelfde basis in de realiteit hebben. Omzet moet bijvoorbeeld in dezelfde valuta gerekend worden binnen een dataset.

Ook Johnson beschreef bovenstaande lijst met criteria in zijn onderzoek (2005). Bassam voegt hieraan toe dat er sprake moet zijn van een grote sample omvang in de dataset (Bassam, 2002). Dit wordt onderschreven door Goodman (2016). Een minimale populatieomvang van 100 observaties is vanwege statistische redenen belangrijk bij het toepassen van de wet van Benford (Simkin, 2010).

2.5 Toepassing Benford's Law

In 1988 was Carslaw de eerste die de wet van Benford toepaste op accounting data. Hij vond dat bedrijven in Nieuw-Zeeland een buitengewoon hoog aantal nullen op de tweede positie van netto inkomsten rapporteerden en een laag aantal van cijfer acht of negen. Zijn hypothese was dat bedrijven deze cijfers naar boven afronden. In 1989 vond Thomas vergelijkbare resultaten voor bedrijven in de Verenigde Staten. Hij vond dat bedrijven verliezen naar beneden afronden. Daarnaast heeft hij de earnings per share (EPS) van deze bedrijven onderzocht. Hij zag dat een buitengewoon hoog aantal van deze cijfers deelbaar waren door tien of vijf cent. In het geval van negatieve earnings per share nam hij dit soort afwijkingen niet waar (Thomas, 1989). Craig bewees dat managers eerder hun EPS naar boven, dan naar beneden afronden (Craig, 1992). In Korea stelde Guo dat opbrengsten werden gemanipuleerd om belasting te ontwijken en de reputatie van het bedrijf in stand te houden (Guo, 1995). In 1996 onderzocht Nigrini belastingfraude met behulp van de wet van Benford. Door het waarnemen van interest inkomsten en -uitgaven die niet voldoen aan de wet van Benford, kan makkelijk bepaald worden of een belastingaangifte nader onderzocht moet worden (Nigrini, 1996). In het daarop volgende jaar hebben Nigrini en Mittermaier zes digitale analyse tests ontwikkeld om de crediteuren data van een bedrijf te onderzoeken. Het gebruik van de wet van Benford in dat onderzoek, vormde een hulpmiddel in het bepalen van vervolgonderzoek bij de audit. De onderzochte data waren wel conform de wet van Benford, maar vervolgonderzoek bracht een anomalie bij een leverancier naar voren (Nigrini et al., 1997). Weinberg en Busta lieten zien dat de wet van Benford een bruikbare aanvullende analyse is tijdens een audit, naast de meer traditionele accounting processen (Weinberg et al., 1998). In navolging van eerder onderzoek van Carslaw en Thomas, werd ook voor

Japanse managers gevonden dat zij EPS naar boven afronden (Skousen et al., 2004). Dit onderzoek behandelde cijfers op de eerste, tweede, derde en, in een uitzonderlijk geval, de vierde positie.

De mogelijke applicatie van de wet van Benford op accounting data is dus al sinds eind jaren tachtig onderzocht. De toepassing, om op een efficiënte manier buitengewone transacties te signaleren tijdens de audit, begint recentelijk meer gevolg te krijgen (Moolman, 2017). Er bestaat een groeiende druk op accountants om een audit kosteffectief af te ronden. Het voordeel van de wet van Benford is dat deze doeltreffend en kosteffectief toegepast kan worden door accountants. Het is daarom een belangrijke toevoeging aan de mogelijkheden om fraude te detecteren (Durtschi et al., 2004; Kuruppu, 2019). Dat een tool op basis van de wet van Benford een plaats heeft in een doorlopend audit programma is door Carreira en Silva aangetoond (2016).

3. Data en Methodologie

In dit paper wordt onderzoek gedaan naar kwartaalomzet, jaaromzet en earnings per share (EPS) per jaar voor de periode 2010-2019. De data verzameld voor dit onderzoek zijn afkomstig van Compustat global. Dit is te vinden onder Compustat - Capital IQ > Global Daily > Fundamentals Quarterly. De jaaromzet en EPS zijn te vinden via dezelfde stappen, vervang enkel Fundamentals Annual als laatste stap. De data bestaat uit geconsolideerde cijfers. De data worden geëxporteerd in Excel format om vervolgens te bewerken. Nigrini gaf in 2011 aan dat tests op basis van de wet van Benford het beste gedaan kunnen worden met enkel positieve of negatieve waardes. In dezelfde test kunnen dus niet zowel positieve als negatieve waardes voorkomen. Om deze reden zal dit onderzoek op de 5772 positieve kwartaalcijfers focussen van de 6316 observaties. Bij de jaaromzet worden 1574 positieve waarden van 1657 observaties onderzocht. De cijfers moeten vermenigvuldigd worden met 1000 om de daadwerkelijke cijfers te krijgen. Gerapporteerde cijfers zijn in factoren van 1000. Voor de EPS analyse wordt een splitsing gemaakt in positieve en negatieve EPS. Voor analyse moet het eerste cijfer van een getal worden onttrokken met de volgende formule in Excel: =LINKS(tekst;[aantal tekens]). Hierbij is tekst het getal, ofwel de verwijzing naar desbetreffende cel. Het aantal waarnemingen van één tot en met negen worden opgeteld. De fracties van waarnemingen worden vervolgens vergeleken met de verwachte verdeling volgens de wet van Benford. Het tweede cijfer in een getal kan onttrokken worden met de volgende formule: =LINKS(RECHTS(tekst;LENGTE(tekst)-1)). Volgens dezelfde methode worden de fracties van het tweede cijfer nul tot en met negen met de verwachte waarde vergeleken. De sample wordt dan getest op hoezeer het aansluit op de wet van Benford. Drake en Nigrini gaven mean absolute deviation (MAD) als goede maatstaf om goodness-of-fit te berekenen. De formule voor MAD is als volgt:

$$MAD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|$$

Hierbij staat N voor het totaal aantal cijfers op een positie in een getal. Dit zijn negen cijfers voor de eerste positie en tien cijfers voor de daarop volgende posities (een nul op de eerste positie is niet mogelijk). Dan staat x_i voor het deel in de verdeling vertegenwoordigd met begincijfer (i) en $\bar{x}$ staat voor het deel van de sample dat i zou moeten vertegenwoordigen volgens de wet van Benford. Vervolgens wordt er onderscheid gemaakt tussen de kritieke waardes hoezeer de sample afwijkt van de verwachte waarde, hiermee kan de aansluiting van de dataset op de wet van Benford bepaald worden. Hierdoor kan naar individuele verschillen gekeken worden. De verschillen die de grootste afwijking vertonen, geven reden voor nader onderzoek.

Tabel 2: Kritieke waarden Mean Absolute Deviation (MAD) bij eerste en tweede cijfers

Fit	Eerste Cijfer	Tweede cijfer
Close Conformity	0,000-0,004	0,000-0,008
Acceptable Conformity	0,004-0,008	0,008-0,012
Marginally Acceptable Conformity	0,008-0,012	0,012-0,016
Nonconformity	> 0,012	> 0,016

Bron: Nigrini en Drake (2000)

4. Resultaten

Bij de resultaten moet ten eerste genoteerd worden dat het aantal waarnemingen voor eerste en tweede positie cijfers van elkaar afwijken. Dit komt doordat enkele gerapporteerde observaties te klein zijn om een tweede cijfer op te nemen in de analyse. Dit verschil in observaties tussen eerste en tweede positie is echter verwaarloosbaar voor de algehele analyse. In tabel 3 is te zien dat de verdeling van het eerste cijfer van de kwartaalomzet niet conform de wet van Benford is. Dit is te zien door de Mean Absolute Difference (MAD) te vergelijken met de kritieke waardes weergegeven in tabel 2. Het tweede cijfer wijst echter op een 'close conformity' met de wet van Benford. Indien men bij het eerste cijfer naar de absolute verschillen kijkt, nemen we het grootste verschil waar bij het cijfer één. In de populatie is een kleiner deel met begincijfer één dan verwacht. Dit is een indicatie om verder onderzoek te doen waarom dit wordt waargenomen.

Tabel 3: Benford benadering kwartaalomzet NL 2010-2019

Cijfer	Aantal 1 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil	Aantal 2 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil
0					638	0,11069	0,11968	0,00899
1	1492	0,25849	0,30103	0,04254	613	0,10635	0,11389	0,00754
2	1040	0,18018	0,17609	0,00409	654	0,11346	0,10882	0,00464
3	839	0,14536	0,12494	0,02042	619	0,10739	0,10433	0,00306
4	616	0,10672	0,09691	0,00981	546	0,09473	0,10031	0,00558
5	513	0,08888	0,07918	0,00970	511	0,08865	0,09668	0,00803
6	478	0,08281	0,06695	0,01586	553	0,09594	0,09337	0,00257
7	316	0,05475	0,05799	0,00324	535	0,09282	0,09035	0,00247
8	261	0,04522	0,05115	0,00593	551	0,09559	0,08757	0,00802
9	217	0,03760	0,04576	0,00816	544	0,09438	0,08500	0,00938
Totaal	5772	1	1	0,11976	5764	1	1	0,06029
MAD				0,01331				0,00603

In tabel 4 is het resultaat te zien van de jaaromzetanalyse. De MAD van de cijfers op de eerste positie is hier 0,01394. Dit geeft net als bij tabel 3 een nonconformity met de wet van Benford aan, omdat deze waarde groter is dan 0,012. Bij nadere inspectie van de individuele verschillen is het grootste verschil bij het cijfer twee te zien. Het cijfer twee komt in de dataset meer voor dan verwacht. Een verklaring dat bedrijven neigen om cijfers naar boven af te ronden gaat in dit geval niet op. Het cijfer één geeft namelijk ook een groter deel weer van de totale observaties vergeleken met de verwachte waarden. Analyse van cijfers op de tweede positie van jaaromzet wijzen op close conformity met de wet van Benford. De MAD is namelijk kleiner dan 0,008. De resultaten geven hier voor cijfers zeven, acht en negen een lagere waarde dan verwacht. Dit zou kunnen duiden op afronding naar een

referentiepunt. Dit referentie punt is hier geen nul, omdat deze ook een lagere waarde weergeeft dan verwacht. Cijfers één en twee hebben wel een hogere waarde dan verwacht, maar de close conformity van MAD geeft hier aan dat het geen significante afwijking betreft.

Tabel 4: Benford benadering jaaromzet NL 2010-2019

Cijfer	Aantal 1 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil	Aantal 2 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil
0					176	0,11189	0,11968	0,00779
1	504	0,32020	0,30103	0,01917	162	0,10299	0,11389	0,01090
2	329	0,20902	0,17609	0,03293	188	0,11952	0,10882	0,01070
3	168	0,10673	0,12494	0,01821	172	0,10935	0,10433	0,00502
4	111	0,07052	0,09691	0,02639	165	0,10490	0,10031	0,00459
5	104	0,06607	0,07918	0,01311	158	0,10045	0,09668	0,00377
6	105	0,06671	0,06695	0,00024	162	0,10299	0,09337	0,00962
7	104	0,06607	0,05799	0,00808	136	0,08646	0,09035	0,00389
8	73	0,04638	0,05115	0,00477	125	0,07947	0,08757	0,00810
9	76	0,04828	0,04576	0,00252	129	0,08201	0,08500	0,00299
Totaal	1574	1	1	0,12543	1573	1	1	0,06736
MAD				0,01394				0,00674

In navolging van eerder onderzoek (Thomas, 1989; Craig, 1992), wordt in dit paper ook een analyse van EPS data gemaakt. Allereerst worden positieve EPS observaties bekeken. De verwachting is hier dat cijfers eerder naar boven worden afgerond (Craig, 1992; Skousen, 2004), ofwel bewegen naar een referentiepunt deelbaar door vijf of tien cent (Thomas, 1989). In tabel 5 is waar te nemen dat het eerste cijfer van de earnings per share voor Nederlandse bedrijven een acceptable conformity met de wet van Benford aantoont. Hier wordt wederom de MAD van de verdeling vergeleken met de kritieke waarden in tabel 2. De cijfers op de tweede positie vertonen een close conformity met de wet van Benford. Er zijn voor cijfers op de tweede positie minder observaties met een acht of negen, en meer observaties met het cijfer nul op de tweede positie. De close conformity van de MAD geeft echter aan dat dit verschil niet significant is.

Tabel 5: Benford benadering jaarlijks positieve EPS NL 2010-2019

Cijfer	Aantal 1 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil	Aantal 2 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil
0					128	0,12916	0,11968	0,00948
1	327	0,32505	0,30103	0,02402	98	0,09889	0,11389	0,01500
2	175	0,17396	0,17609	0,00213	121	0,12210	0,10882	0,01328
3	130	0,12922	0,12494	0,00428	106	0,10696	0,10433	0,00263
4	92	0,09145	0,09691	0,00546	105	0,10595	0,10031	0,00564
5	77	0,07654	0,07918	0,00264	82	0,08274	0,09668	0,01394
6	57	0,05666	0,06695	0,01029	92	0,09284	0,09337	0,00053
7	58	0,05765	0,05799	0,00034	98	0,09889	0,09035	0,00854
8	50	0,04970	0,05115	0,00145	79	0,07972	0,08757	0,00785
9	40	0,03976	0,04576	0,00600	82	0,08274	0,08500	0,00226
Totaal	1006	1	1	0,05661	991	1	1	0,07916
MAD				0,00629				0,00792

Als laatste wordt in tabel 6 gekeken naar data van negatieve gerapporteerde earnings per share. Benadering van de MAD geeft een nonconformity met de wet van Benford aan. De grootste absolute verschillen zijn bij cijfers één en vijf waar te nemen. Het cijfer één komt meer voor en het cijfer vijf minder. De verdeling van cijfers op de tweede positie geeft, bij vergelijking van de MAD, een marginally acceptable conformity weer. In de data wordt het cijfer negen minder waargenomen dan verwacht, wat op afronding zou kunnen duiden. De resultaten van nul op de tweede positie zijn niet hoger, dit gaat dus in tegen de verwachting dat EPS cijfers worden afgerond. Bovendien kan men in tabel 6 ook waarnemen dat de grootste verschillen voor zowel de eerste als de tweede positie bij het cijfer vijf voorkomen, en wel dat dit minder is dan verwacht. Of dit toeval is, of resultaat van earnings management, zou verder onderzoek moeten uitwijzen.

Tabel 6: Benford benadering jaarlijks negatieve EPS NL 2010-2019

Cijfer	Aantal 1 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil	Aantal 2 ^e positie	% Populatie	% Benford	Absoluut verschil
0					41	0,11022	0,11968	0,00946
1	128	0,32323	0,30103	0,02220	44	0,11828	0,11389	0,00439
2	71	0,17929	0,17609	0,00320	49	0,13172	0,10882	0,02290
3	56	0,14141	0,12494	0,01647	48	0,12903	0,10433	0,02470
4	31	0,07828	0,09691	0,01863	39	0,10484	0,10031	0,00453
5	18	0,04545	0,07918	0,03373	22	0,05914	0,09668	0,03754
6	29	0,07323	0,06695	0,00628	34	0,09140	0,09337	0,00197
7	27	0,06818	0,05799	0,01019	38	0,10215	0,09035	0,01180
8	17	0,04293	0,05115	0,00822	35	0,09409	0,08757	0,00652
9	19	0,04798	0,04576	0,00222	22	0,05914	0,08500	0,02586
Totaal	396	1	1,00000	0,12115	372	1	1,00000	0,14968
MAD				0,01346				0,01497

5. Discussie en verder onderzoek

Dit onderzoek naar de wet van Benford heeft beperkingen, welke tegelijk een aanzet geven voor vervolgonderzoek. Een daarvan is dat slechts is gekeken naar omzet en EPS cijfers over verschillende jaren. Hiermee kan een conclusie worden getrokken over de verzameling bedrijven in Nederland maar niet over individuele bedrijven. Nader onderzoek naar transactie datasets van een bedrijf binnen een jaar zou een mogelijk onderwerp van vervolgonderzoek kunnen zijn. Ook maakt dit onderzoek alleen een analyse van gerapporteerde cijfers uit Nederland. Een mogelijke aanvulling is onderzoek naar andere landen, en onderzoek naar de verschillen tussen landen. De non-conformiteit van omzetcijfers op de eerste positie geeft aan dat de dataset als geheel afwijkt van Benford. Dit is ook reden om verder onderzoek te doen naar wat hieraan ten grondslag ligt. Een probleem wat zich voordoet bij onderzoek naar de wet van Benford betreft de omvang van de dataset. Frauduleuze of aangepaste cijfers die niet voldoen aan wet van Benford vervallen in de zee van cijfers die wel maken dat de dataset er aan voldoet. Dit leidt tot een voorwaarde voor detectie van manipulatie. Om aan de wet van Benford te voldoen moet de dataset groot genoeg zijn. Daartegenover moeten gemanipuleerde cijfers dus zoveel voorkomen om een uitschieter in de kansen weer te geven. Belangrijk voor vervolgonderzoek en de controle door de accountant is om deze tekortkoming te begrijpen. De wet van Benford is niet gevoelig voor grote bedragen en dus geen vervanging van bestaande controlepraktijken. De wet van Benford is alleen een aanvulling in de algehele controle aanpak.

6. Conclusie

De onderzoeksvraag van dit paper luidt: Kan de wet van Benford een rol spelen bij het detecteren van earnings management of fraude? De wet van Benford stelt dat natuurlijke getallen in een dataset een bepaalde logaritmische verdeling aanhouden. Volgens deze verdeling komen lage cijfers meer voor dan hogere cijfers. Wanneer een dataset niet conform de wet van Benford is, kan dit aanwijzing zijn voor gemanipuleerde cijfers. Het voorkomen van manipulatie van accounting data is van belang voor alle gebruikers van deze cijfers. De desastreuze gevolgen van earnings management en fraude zijn reeds aangetoond door meerdere accounting schandalen (Miller, 2003; Buchanan et al. 2005). Het bewijs voor de verdeling van de wet van Benford werd eerst door Pinkman gegeven (1961), die stelde dat alle punten in een dataset volgens de wet van Benford schaalinvariant zijn. Het baanbrekende bewijs voor deze wet werd in 1995 gegeven door T.P. Hill, die aantoonde dat de getallen ook grondtalinvariant zijn. Sindsdien maakt de wet van Benford een opmars in de accountingsector voor onderzoek naar detectie van earnings management en fraude (Moolman, 2017). De wet van Benford biedt een kosteneffectieve analyse voor grote datasets. Eerder onderzoek naar kwartaal- en jaaromzet met de wet van Benford heeft aangetoond dat managers omzetcijfers afronden (Carslaw, 1988; Thomas, 1989; Guo, 1995). Ook bij onderzoek van EPS data is gevonden dat deze cijfers worden afgerond naar een referentiepunt om zo mogelijk een beter beeld van de onderneming te schetsen (Thomas, 1989; Craig, 1992; Skousen, 2004). Onderzoek naar Nederlandse omzetdata over de periode 2010-2019 met behulp van de wet van Benford toont aan dat deze data niet conform de wet van Benford zijn. De eerste cijfers van de kwartaalomzet geven minder vaak een één dan verwacht. Dit geeft aan dat de Nederlandse omzetcijfers als geheel afwijken van de verwachting. Deze afwijking is een reden om uit te zoeken wat hieraan ten grondslag ligt. Bij benadering van de tweede cijfers van de kwartaalomzet is een close conformity met de wet van Benford te zien. Dit geeft geen reden om aan te nemen dat deze cijfers worden afgerond naar een referentiepunt, wat eerder onderzoek wel aantoonde. Bij onderzoek naar de EPS data van Nederlandse bedrijven is ook een close conformity van de tweede cijfers waar te nemen. Dit geeft wederom geen indicatie voor afronding of earnings management. Deze resultaten geven een duidelijke analyse van Nederlandse accounting data met behulp van de wet van Benford. Dit paper heeft geen duidelijk bewijs van earnings management gevonden bij Nederlandse bedrijven. Wel is een afwijking aangetoond die aanzet tot nader onderzoek. De wet van Benford kan een belangrijke aanvulling zijn voor de reeds bestaande controle-instrumenten. Daarmee is ook de onderzoeksvraag beantwoord. Met de wet kan bepaald worden of aanvullende werkzaamheden moeten worden verricht, naast de standaard controlewerkzaamheden.

7. Literatuur

- AFM (Autoriteit Financiële Markten), 2020. Nieuws eindrapport CTA, 17-09-2020 geraadpleegd op website: <https://www.afm.nl/nl-nl/nieuws/2020/jan/cta-eindrapport>
- Akers, M.D., Giacomino, D.E. en Bellovary, J.L. (2007). Earnings management and its implications. *The CPA Journal*, 77 (8), p.64-68.
- American Institute of Certified Public Accountants, (2002). Consideration of Fraud in a Financial Statement Audit. Van website: <https://www.aicpa.org/Research/Standards/AuditAttest/DownloadableDocuments/AU-00316.pdf>
- Bassam, H. (2002). Assessing Data Authenticity with Benford's Law. *Information System Control Journal*, volume 6.
- Benford, F. (1938). The Law of Anomalous Numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 78(4), p. 551-572.
- Buchanan, B., Yang, T. (2005). The benefits and costs of controlling shareholders: the rise and fall of Parmalat. *Research in International Business and Finance*, Vol. 19 (1), p. 27-52.
- Burgstahler, D., Dichev, I. (1997). Earnings management to avoid earnings decreases and losses. *Journal of Accounting and Economics*, 24 (1), p. 99-126.
- Carslaw, C. A. (1988). Anomalies in Income numbers: evidence of goal oriented behavior. *Accounting Review*, 63 (2), p. 321-327.
- Craig, T. R. (1992). Round-off bias in earnings-per-share calculations. *Journal of Applied Business Research*, 8 (4), p. 106-113.
- Craven McGinty, J. (2014). To Find Fraud, Just Do the Math. *The Wall Street Journal*, 06 december 2014.
- Cressey, D.R. (1973) *Other People's Money*. Montclair: Patterson Smith, 1973 p. 30.
- Durtschi, C., Hillison, W., & Pacini, C. (2004). The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data. *Journal of Forensic Accounting*, 5, p. 17-33.
- Giroux, G. (2004). *Detecting Earnings Management*. New York: John Wiley & Sons.
- Goodman, W. (2016). The promises and pitfalls of Benford's Law. *Significance*, 13 (3), p. 38-41.
- Guo, M. (1995). Patterns in reported earnings in Korea. *Journal of International Accounting, Auditing and Taxation*, 4 (1), p. 39-47.
- Hill, T.P. (1995). The Significant-Digit Phenomenon. *American Mathematical Monthly*, p. 322-327.
- Hill, T.P. (1995). Base-Invariance Implies Benford's Law. *Proceedings of the American Mathematical Society*, vol. 123 (3), p. 887-895.
- Hill, T.P. (1995). A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law. *Statistical Science*, vol. 10 (4), p. 354-363.
- Hill, T. (1998). The First Digital Phenomenon. *American Scientist*, 86 (4), p. 358-363.
- Johnson, G. G. (2005). Financial sleuthing using Benford's Law to analyze quarterly data with various industry profiles. *Journal of Forensic Accounting*, 6, p. 293-316.
- Kuruppu, N. (2019). The Application of Benford's Law in Fraud Detection: A Systematic Methodology. *International Business Research*, Vol. 12, no. 10.
- Miller, G.P. (2003). Catastrophic financial failures: Enron and more. *Cornell L. Rev.* 423.

- Moolman, A. M. (2017). The Usefulness Of Analytical Procedures, Other Than Ratio And Trend Analysis, For Auditor Decisions. *International Business & Economics Research Journal*, Volume 16, nr. 3.
- Newcomb, S. (1881). Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. *American Journal of Mathematics*, Vol. 4, No. 1/4, p. 39-40.
- Nigrini, M. (1996). A taxpayer compliance of Benford's Law. *Journal of American Taxation Association*, 18 (1), p. 72-91
- Nigrini, M., Mittermaier L. (1997). The use of Benford's Law as an aid in analytical procedures. *Auditing*, 16 (2), p. 52-67.
- Nigrini, M. J. (1999). I've got your number. *Journal of Accountancy*, 187(5), p. 79-83.
- Nigrini, M. J., Drake, P. (2000). Computer assisted analytical procedures using Benford's Law. *Journal of Accounting Education*, 18, p. 127-146
- Nigrini, M. J. (2011). *Forensic analytics: Methods and techniques for forensic accounting investigations*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey
- NBA (z.d.). NV COS 240 De verantwoordelijkheden van de accountant mbt fraude in het kader van een controle van financiële overzichten. Van website: <https://www.nba.nl/tools/hra-2017/?folder=970>
- Pinkham, R. S. (1961). On the Distribution of First Significant Digits. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 32, No. 4, p. 1223-1230
- Raimi, R. A. (1976). The First Digit Problem. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 83, issue 7, p. 521-537.
- Salm, S. A. M. van der (2007). Benford's Logarithmic Distribution of Digits. *The Journal of the Oughtred Society*, vol. 16 (2), p. 26-31.
- Singleton, T. W. (2011). Understanding and Applying Benford's Law. *ISACA Journal*, 3, 4.
- Silva, W. B., Travassos, S. K. M., Costa, J. I. F. (2017). Using the Newcomb-Benford Law as a Deviation Identification Method in Continuous Auditing Environments: A Proposal for Detecting Deviations over Time. *Revista Contabilidade & Finanças*, 28(73), p. 11-26.
- Simkin, M.G. (2010). Using Spreadsheets and Benford's Law to Test Accounting Data. *Information Systems Control Journal*, 1, p. 47-52.
- Skousen, C, Guan, L. en Wetzel, T. S. (2004). Anomalies and unusual patterns in reported earnings: 3 Japanese managers round earnings. *Journal of International Financial Management and Accounting*, 15 (3).
- Thomas, J. K. (1989). Unusual patters in reported earnings. *Accounting Review* 64(4), p. 773-787.
- Weinberg, R., Busta, B. (1998). Using Benford's law and neural networks as a review procedure. *Managerial Auditing Journal*, 13(6), p. 356-366.