

Het hedgen van valutarisico

H.P.H.B. Mooren, 300885hm

Begeleid Erik Kole

Juli 2009

Abstract

In dit onderzoek wordt de correlatie tussen een aandelenkoers en een wisselkoers voorspeld met drie modellen: DCC, Scalar BEKK en MA63. Met behulp van deze correlatieschattingen wordt een optimale hedgeratio bepaald en aan de hand van de bijbehorende utility wordt het best presterende model gekozen.

1. INLEIDING

Elke internationale belegger heeft te maken met wisselkoersrisico. Wanneer men belegt in een buitenlands beleggingsproduct, speelt ook de verandering in de betreffende wisselkoers een rol. Om dit wisselkoersrisico af te dekken kan de belegger gaan hedgen. Hierbij kan de belegger gebruik maken van een eventuele samenhang tussen de koerswisselingen van de wisselkoers en van de aandelenmarkt. De diversificatie die het valutarisico met zich meebrengt alleen zorgt al dat apart positie kiezen niet optimaal is zolang de valuta en de belegging niet onafhankelijk zijn. De mate waarin de wisselkoers en de waarde van de belegging met elkaar samenhangen is dus essentieel voor het construeren van een goede hedge voor het wisselkoersrisico. In dit onderzoek worden verschillende modellen voor de samenhang bekeken.

De zoektocht naar betrouwbare correlatie-schatters heeft geleid tot de ontwikkeling van methoden als multivariate GARCH en stochastische volatiliteit. Toepassingen hiervan zijn het Capital Asset Pricing model met tijdsvarierende covariantie, zoals te zien in Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) en het prijzen van korte termijn obligaties met een FACTOR-ARCH model, zoals te zien in Engle, Ng and Rothschild (1990). Een overzicht van methoden om de variantie (en dus correlatie) te schatten is te zien in Granger & Poon (2003). Bij deze methoden is het aantal parameters vaak te groot om eenvoudig tot een optimale oplossing te komen.

In dit onderzoek zal een alternatieve methode beschouwd worden: dynamic conditional correlation (DCC), zoals beschreven in Engle (2002). DCC schatters hebben de flexibiliteit van een univariate GARCH model, maar niet de complexiteit van een multivariate GARCH model. De parameters in het model worden geschat in twee stappen: een serie van univariate GARCH schatters en de correlatie schatting. Het voordeel van DCC boven

multivariate GARCH is de onafhankelijkheid tussen het schatten van het aantal parameters in het correlatieproces en het aantal gekozen gecorreleerde reeksen. In potentie kunnen er dus grote correlatiematrices worden geschat.

Het DCC model zal worden vergeleken met twee andere methoden die de correlatie kunnen modelleren: het scalar BEKK model en MA63 (Moving average, window 63 dagen). Met deze drie modellen zal de correlatie out-of-sample voorspeld worden. De evaluatie van deze voorspellingen gebeurt met één statische performance measure: een test voor de autocorrelatie van de gekwadraterde residuen.

Daarnaast worden de methoden gebruikt voor het laatste deel van het onderzoek: het vinden van de optimale hedgestrategie en het out-of-sample evalueren van deze strategie. De hedge strategie wordt bepaald zodanig dat het verwachte nut van de belegger maximaal is. Deze optimale strategie wordt vergeleken met twee benchmarkstrategieën: een hedgratio van 0 en 1. Het best presterende model is nu de methode die het grootste nut voortbrengt. De hedge doet dus ook dienst als tweede performance measure.

De probleemstelling van dit onderzoek luidt dan ook als volgt: Welk van de drie methoden DCC, scalar BEKK en MA63 presteert het best en wat is de optimale hedge strategie die daarbij hoort?

2 . METHODEN

2.1 Data

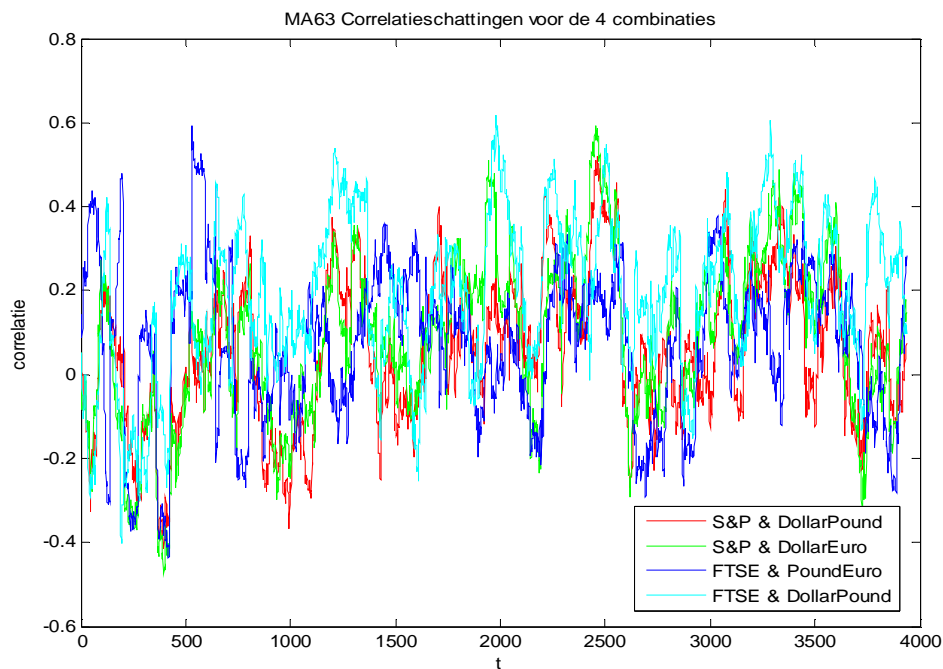
De dataset bestaat uit 5000 waarnemingen (vanaf 1 januari 1990 tot en met 25 februari 2009) met koersen van aandelenmarkten (S&P 500 en FTSE), wisselkoersen (pond/euro , dollar/pound en dollar/euro) en de middlerates van de USA, de UK en Europa.

Met de aandelenkoersen en wisselkoersen construeren we respectievelijk aandelenrendementen en wisselkoersrendementen. We bekijken in dit onderzoek vier combinaties: S&P & dollar-pound, S&P & dollar-euro, FTSE & dollar-pound, FTSE & pound-euro. De moving average correlatie tussen de rendementen (window: 63 dagen) van deze combinaties staan hieronder.

In figuur 1 is te zien dat er voor alle combinaties substantiele correlatie lijkt te zijn. De correlatieschattingen van FTSE & pound/euro wijken behoorlijk af van de drie andere lijnen. De andere drie combinaties bewegen redelijk met elkaar mee. Verder is in de figuur duidelijk te zien dat de correlatieschattingen van FTSE & dollar-pound en FTSE & pound/euro de hoogste variantie hebben. Tegelijkertijd lijken deze twee combinaties ook de hoogste correlatie te hebben, met toppen rond $t = 550$ (FTSE & pound-euro) en $t = 2000$ (FTSE & dollar-pound).

Verder zijn extrema rond $t = 420$ en $t = 2400$ opvallend. Op deze tijdstippen is de correlatie van drie combinaties hoog. De correlatie op $t = 450$ is voor drie reeksen opvallend negatief (-0.4), terwijl de correlatie een jaar later

alweer 0.3 bedraagt. De top op $t = 2400$ zou verklaard kunnen worden door de invoering van de euro in januari 1999.



Figuur 1. MA63 correlatieschattingen voor de verschillende combinaties voor het sample 1 4000.

We zullen de eerste 4000 waarnemingen gebruiken om het model te construeren; de laatste 1000 waarnemingen gebruiken we om het model out-of-sample te evalueren en een optimale hedgeratio te berekenen.

2.2. Modellen

DCC

Het DCC model kan het best gezien worden als een generalisatie van CCC (constant conditional correlation) modellen, zoals beschreven in Bollerslev (1990). Het DCC model verschilt van het CCC model in het toestaan van een tijdsvariërende correlatiematrix R : R_t . Deze R_t kan op verschillende manieren geconstrueerd worden wat leidt tot verschillende DCC modellen: het DCC LL INT en DCC LL MR model. Wij bekijken in dit onderzoek alleen DCC LL INT, waar we in het vervolg naar refereren met DCC.

We definiëren nu de covariantiematrix als $E_{t-1}(r_t r_t') \equiv H_t$ en deze wordt gegeven door $H_t = D_t R_t D_t$ met $D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{i,t}})$. $h_{i,t}$ is de conditionele variantie van reeks i op tijdstip t .

Het (algemene) DCC model ziet er zo uit:

$$\begin{aligned}
r_t | I_{t-1} &\sim N(0, D_t R_t D_t) \\
D_t^2 &= \text{diag}\{\omega_i\} + \text{diag}\{\kappa_i\} \circ r_{t-1}' r_{t-1} + \text{diag}\{\lambda_i\} \circ D_{t-1}^2 \\
\varepsilon_t &= D_t^{-1} r_t \\
Q_t &= S(1 - \alpha - \beta) + \alpha \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \beta D_{t-1}^2 \\
R_t &= \text{diag}\{\text{sqrt}Q_t\}^{-1} Q_t \text{diag}\{\text{sqrt}Q_t\}^{-1}
\end{aligned} \tag{1}$$

met r_t de rendementen, ω_i , κ_i , λ_i , α en β coefficientschattingen, S de correlatiematrix van ε_{t-1} en $\text{sqrt}Q_t = \sqrt{q_{i,i,t}}$,

Wij construeren op basis van twee reeksen een bivariaat DCC model ($i = 2$). We schatten zodoende dus acht parameters in (1): zes in het variantie deel en twee in het correlatie deel.

De log likelihood functie L van de schatter ziet er als volgt uit:

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T n \log(2\pi) + \log|D_t| + r_t' D_t^{-2} r_t - \varepsilon_t' \varepsilon_t + \log|R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t \tag{2}$$

Vervolgens maximaliseren we deze log likelihood functie over de parameters in D (hier: $\theta_i = \{\omega_i, \kappa_i, \lambda_i\}$ en $\phi_i = \{\alpha, \beta\}$) om deze te schatten. Hiervoor splitsen we L in een volatiliteit term en een correlatie component:

$$L(\theta, \varphi) = L_v(\theta) + L_c(\theta, \varphi). \tag{3}$$

De volatiliteitsterm $L_v(\theta)$ van de likelihood is

$$L_v(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T n \log(2\pi) + \log|D_t| + r_t' D_t^{-2} r_t \tag{4}$$

en de correlatie component wordt gegeven door

$$L_c(\theta, \varphi) = -\frac{1}{2} \sum_t -\varepsilon_t' \varepsilon_t + \log|R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t \tag{5}$$

De twee-staps procedure om nu de log likelihoodfunctie $L(\theta, \varphi)$ te maximaliseren start met:

$$\hat{\theta} = \arg \max\{L_v(\theta)\}. \tag{6}$$

In de tweede stap wordt deze optimale waarde voor θ vervolgens gebruikt om de parameter φ te bepalen:

$$\max_{\phi} \{L_c\{\hat{\theta}, \phi\}\}. \tag{7}$$

Scalar BEKK

Het Scalar BEKK model ziet er als volgt uit:

$$H_t = W + \alpha^2 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \beta^2 H_{t-1} \quad (8)$$

met W , α , β parameters, $W=A_0 A_0'$ en A_0 een lower triangular diagonal matrix.

Het scalar BEKK model heeft als nadeel dat het in tegenstelling tot DCC last heeft van de 'curse of dimensionality': het aantal te schatten parameters stijgt met een orde groter dan het aantal reeksen.

We schatten de parameters in dit model door het maximaliseren van de likelihood functie. Net zoals bij het DCC model is het aantal te schatten parameters in Scalar BEKK model klein: in dit onderzoek 5. Het optimaliseren van de likelihood functie is daardoor eenvoudig. De likelihood functie van een scalar BEKK model wordt gegeven door

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T n \log(2\pi) + \log|H_t| + \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t \quad (9)$$

MA63

De moving average correlatieschatter wordt gegeven door:

$$\rho_{12,t} = \frac{\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \varepsilon_{1,s} \varepsilon_{2,s}}{\sqrt{(\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \varepsilon_1^2)(\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \varepsilon_2^2)}} \quad (10)$$

Met ε_1 en ε_2 de gestandaardiseerde residuen uit het DCC model ((1)) en n de lengte van het moving window, hier 63. Voor de MA63 correlatieschatter hebben we dus het variantiedeel van het DCC model nodig. Het sample is wederom 1 4000. We schatten dus voor $t = 64$ t/m $t = 4000$ in totaal 3937 correlaties.

Met alle drie de methoden wordt vervolgens de correlatie voorspeld over het sample 4000 5000. Deze correlatievoorspellingen gebruiken we om de modellen te evalueren en om een optimale hedgeratio te vinden.

2.3 Evaluatie

Om de modellen te evalueren gebruiken we één statistische performance measure: een test voor de autocorrelatie van de gekwadraterde gestandaardiseerde residuen. Een performance measure als MAE is hier niet mogelijk, omdat we de 'echte' correlatie niet kennen. Alleen in het geval

van een bekend DGP is de echte correlatie bekend (namelijk, daarmee gegenereerd, zoals te zien is in Engle(2002)).

Daarnaast worden de modellen geevalueerd door de verwachte utility van het vermogen te maximaliseren over ξ , de fractie futures contracten uitgedrukt in buitenlands waarde van zijn vermogen op tijdstip t . Dit wordt uitgebreid behandeld in paragraaf 2.4 *Hedgen*.

F-test voor autocorrelatie in de gekwadraterde residuen

Deze performance measure is een test voor de autocorrelatie van de gekwadraterde gestandaardiseerde residuen. Hiervoor berekenen we

$$v_{1,t} = r_{1,t} / \sqrt{H_{11,t}} \quad (11)$$

$$v_{2,t} = r_{2,t} \frac{1}{\sqrt{H_{22,t}(1-\hat{\rho}_t^2)}} - r_{1,t} \frac{\hat{\rho}_t}{\sqrt{H_{11,t}(1-\hat{\rho}_t^2)}} \quad (12)$$

De transformatie op de gestandaardiseerde residuen in (11) zorgt ervoor dat onder de nulhypothese dat het model correct gespecificeerd is $v_{2,t}$ onafhankelijk is van $v_{1,t}$. Het model kan nu gevalueerd worden door een F-test te doen op de regressie van $v_{1,t}^2$ en $v_{2,t}^2$ op vijf lags van de gekwadraterde gestandaardiseerde residuen en hun cross products (en een intercept). De regressie ziet er dus zo uit:

$$v_{n,t}^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^5 \alpha_j v_{n,t-j}^2 + \sum_{k=6}^{10} \alpha_k v_{n,t-k} v_{m,t-k} \quad (13)$$

met $n, m = 1, 2$ en $n \neq m$

De toets onderzoekt nu of alle coëfficiënten α_j en α_k in deze regressie nul zijn.

We toetsen dus:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_{10} = 0$$

$$H_a: \text{op zijn minst één } \alpha_i \neq 0$$

Wanneer we H_0 niet verwerpen betekent dit dat er geen autocorrelatie zit in de gekwadraterde gestandaardiseerde residuen. Dit duidt op een goed gespecificeerd model. Hierbij dient opgemerkt te worden dat de test voor de gekwadraterde *tweede* gestandaardiseerde residuen informatiever is, omdat hier rekening wordt gehouden met de correlatie tussen beide reeksen.

2.4 Hedgen

In dit onderzoek gaan we op zoek naar een optimale hedgeratio voor alle drie de modellen. Zoals gangbaar is met valutarisico zullen we dit gaan doen door middel van futures. De kritieke vraag is de mate waarin het valutarisico gehedged moet worden. Dit is tenslotte afhankelijk van de samenhang tussen de aandelenkoersen en de wisselkoersen.

Bos et al. (2000) maken gebruik van een power utility function waarbij door middel van een risk aversion parameter γ de relatieve mate van risicoaversie wordt bepaald. De twee benchmark strategien die in beschouwing worden genomen zijn een full hedge en no hedge. In dit onderzoek zal worden gekeken of een betere hedge mogelijk is, welke optimale hedgeratio hierbij hoort en met welk model dit bereikt kan worden.

Om het vermogen (en daarmee de hedgeratio) te berekenen hebben we allereerst de forward wisselkoers nodig. Deze wordt bepaald door de gedekte rentepariteit ('covered interest rate parity'):

$$F_t = \frac{1 + i_t^d}{1 + i_t^f} E_t$$

met i_t^d de binnenlandse korte risicovrije rente, i_t^f de buitenlandse korte risicovrije rente en E_t de wisselkoers (directe quote, binnenlands per buitenlands). De waarde van een futures contract op tijdstip t voor de koper wordt dan $E_{t+1} - F_t$.

Het toekomstig vermogen van een belegger wordt nu gegeven door:

$$W_{t+1} = \frac{W_t}{E_t} (R_{t+1} E_{t+1} - \xi (E_{t+1} - F_t)) = W_t \left(R_{t+1} Z_{t+1} - \xi \left(Z_{t+1} - \frac{1 + i_t^d}{1 + i_t^f} \right) \right) \quad (13)$$

Het aantal futures contracten wordt uitgedrukt als een fractie ξ van de buitenlandse waarde van zijn vermogen op tijdstip t . De buitenlandse waarde van het vermogen wordt gegeven door W_t/E_t . R_{t+1} en Z_{t+1} zijn respectievelijk de aandelenrendementen en de wisselkoersrendementen. Deze zijn (bij aanname) log normaal verdeeld.

We gebruiken nu een power utility function om het nut van de belegger te specificeren:

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad (14)$$

Waarbij γ de coëfficiënt van (relatieve) risicoaversie is. Uit diverse literatuur blijkt dat een 'normale' γ waarden aanneemt tussen 2 en 5. In dit onderzoek zullen we $\gamma = 2$ en $\gamma = 5$ onderzoeken. Een γ buiten dit interval

levert minder goede resultaten op omdat dit tot gevolg heeft dat de belegger ook speculeert op een wisselkoersverandering. Ons onderzoek richt zich echter alleen op het neutraliseren van wisselkoersrisico. Eveneens hebben we het probleem van potentiële wisselkoersspeculatie aangepakt door systematisch rendement uit de reeks te verwijderen. We willen nu voor elke γ een optimale ζ^* kiezen, zodanig dat het nut $U(W)$ gemaximaliseerd wordt:

$$\zeta^* = \arg \max_{0 \leq \zeta \leq 1} E_t[U(W_{t+1})] \quad (15)$$

In vergelijking (12) trekken we twee lognormale verdelingen van elkaar af, waarna we in de vergelijking hierboven ((14)) een verwachting uitrekenen. Omdat in het algemeen de verdeling van het verschil van twee lognormale verdelingen niet bekend is, moeten we de aandelenrendementen R_{t+1} en de wisselkoersrendementen Z_{t+1} simuleren. We simuleren voor elk tijdstip 1000 keer voor elke reeks. Dit gebeurt door een set random kansen te trekken uit een normale verdeling met een gemiddelde van 0 en standaarddeviatie zoals voorspeld met het DCC model. Deze kansen worden met behulp van de parameterschattingen van het model teruggeconstrueerd tot een beleggingsrendementenreeks r en een wisselkoersrendementenreeks z . Voor elk tijdstip hebben we zodoende 100 gesimuleerde rendementen.

Met deze teruggeconstrueerde rendementen kunnen we 100 keer het vermogen W_{t+1} berekenen met vergelijking (12). Met vergelijking (13) rekenen we voor elk tijdstip 1000 utilities uit. De optimale hedgeratio ζ^* uit (14) wordt nu berekend door de verwachting te nemen van deze 1000 gesimuleerde utilities $U(W_{t+1})$.

Deze simulatieprocedure wordt voor elk tijdstip $t = 4001$ t/m $t = 5000$ (net zo vaak als het out-of-sample groot is) herhaald, zodat we voor elk tijdstip in het voorspelsample een optimale hedgeratio vinden en zodoende op elk tijdstip t optimaal kunnen hedgen.

Als laatste wordt nu de gevonden optimale hedgeratio ζ^* gebruikt om voor alle drie de modellen de optimale utility en het uiteindelijke rendement (vermogen W) uit te rekenen. Deze uitkomsten zouden met elkaar moeten overstemmen, d.w.z.: wanneer we op basis van de utility een model selecteren, moet dit model ook op basis van het uiteindelijke rendement worden gekozen. Zodoende wordt dus bepaald welk model het best presteert en met welk model dus gehedged dient te worden.

3. RESULTATEN

Parameterschattingen

DCC

Het variantiedeel van ons bivariate DCC model wordt zo geformuleerd:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & 0 \\ 0 & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_1 & 0 \\ 0 & \kappa_2 \end{bmatrix} \circ r_{t-1} r_{t-1}' + \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & 0 \\ 0 & h_{22,t-1} - 1 \end{bmatrix}$$

De coëfficiëntschattingen verkregen door de likelihood functie van het DCC model te maximaliseren staan hieronder in Tabel 1.

Reeks 1, Reeks 2	ω_1	κ_1	λ_1	ω_2	κ_2
S&P, Dollar-Euro	8.092e-07 (1.27e-13)	0.0745 (0.00027)	0.9209 (0.00029)	8.891e-07 (1.66e-13)	0.0625 (0.00018)
S&P, Dollar-Pound	8.092e-07 (1.27e-13)	0.0744 (0.00027)	0.9209 (0.00029)	6.205e-07 (6.52e-14)	0.0616 (0.00014)
FTSE, Pound-Euro	1.3849e-06 (1.576e-13)	0.0817 (0.00015)	0.9054 (0.00019)	2.391e-07 (7.73e-15)	0.0855 (0.00042)
FTSE, Dollar-Pound	1.3849e-06 (1.576e-13)	0.0817 (0.00015)	0.9054 (0.00019)	6.205e-07 (6.52e-14)	0.0616 (0.00014)

Tabel 1. Coëfficiëntschattingen met tussen haakjes de standaardfouten voor verschillende reeksen van het bivariate DCC model over het sample 1 4000.

Reeks 1, Reeks 2	λ_2	α	β
S&P, Dollar-Euro	0.9166 (0.000445)	0.0105 (6.230e-06)	0.9823 (1.58e-05)
S&P, Dollar-Pound	0.9192 (0.00033)	0.0092 (0.00034)	0.9831 (0.01125)
FTSE, Pound-Euro	0.9082 (0.00038)	0.0048 (3.085e-05)	0.9797 (5.60e-05)
FTSE, Dollar-Pound	0.9192 (0.00033)	0.0381 (0.00034)	0.8596 (0.01125)

Tabel 1. Vervolg.

Zoals te zien is in tabel 1 is de som van de parameterschattingen κ_1 & λ_1 , κ_2 & λ_2 en α & β kleiner dan 1. Dit is wat we verwachten bij een garch model en duidt covariantie stationariteit. Een hoge waarde voor λ_1 en λ_2 betekent dat de variantie h_t op tijdstip t veel afhangt van de variantie h_{t-1} op tijdstip $t - 1$. Voor β zien we een soortgelijk resultaat, met uitzondering van β voor FTSE & dollar/pound, deze waarde bedraagt 0.8596. Voor deze combinatie hangt de covariantiematrix Q_t veel minder samen met Q_{t-1} dan bij de andere drie combinaties. De invloed van de gekwadrateerde gestandaardiseerde residuen is hier ook een stuk groter, zoals te zien is aan $\alpha = 0.0381$.

Scalar BEKK

Ons bivariate BEKK model is: $H_t = W + \alpha^2 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \beta^2 H_{t-1}$

De parameterschattingen van dit model staan hieronder:

Reeks 1, reeks 2	W_{11}	W_{21}	W_{22}	α^2	β^2
S&P, Dollar-Euro	0.0011 (7.68e-08)	4.2e-05 (3.078e-09)	0.0008 (4.16e-08)	0.0683 (0.00088)	0.9185 (0.00012)
S&P, Dollar-Pound	0.0011 (7.45e-08)	1.8e-05 (2.54e-09)	0.0007 (3.02e-08)	0.0681 (0.00083)	0.9201 (0.00012)
FTSE, Pound-Euro	0.0012 (4.74e-08)	4.4e-06 (3.11e-09)	0.0005 (1.41e-08)	0.0832 (0.00060)	0.9078 (7.63e-05)
FTSE, Dollar-Pound	0.0013 (3.30e-08)	0.0001 (2.64e-09)	0.0008 (1.22e-08)	0.0716 (0.00035)	0.9124 (5.08e-05)

Tabel 2. Coëfficiëntschattingen voor verschillende reeksen van het bivariate scalar BEKK model over het sample 1 4000. Tussen haakjes staan de standaardfouten.

Soortgelijke eigenschappen van de schattingen vinden we voor het scalar BEKK model: $\alpha^2 + \beta^2 < 1$. Ook het BEKK model is voor de vier combinaties dus covariantie stationair.

F-test voor autocorrelatie in de gekwadraterde residuen

De F-waarden van de test zoals berekend in (13) op basis van het DCC model staan hieronder.

Reeks 1, Reeks 2	v_1^2	v_2^2
S&P, Dollar-Euro	0.4879 (0.8990)	1.4207(0.1642)
S&P, Dollar-Pound	0.8786 (0.5526)	0.7170 (0.7093)
FTSE, Pound-Euro	0.9591 (0.4772)	6.3419 (0.0000)
FTSE, Dollar-Pound	0.7545 (0.6736)	1.3427 (0.2012)

Tabel 3. F-waarden en p-values (tussen haakjes) van de F-test voor autocorrelatie in de gekwadraterde residuen voor vier combinaties op basis van het DCC model.

In tabel 2 zien we dat de p-value in alle gevallen behalve één groter is dan 0.05. Alleen de p-value van de F-test op de tweede gestandaardiseerde residuen voor de combinatie FTSE & Pound-Euro is kleiner dan 0.05. Op een significantieniveau van 5% verwerpen we voor dit geval dus de nulhypothese dat er geen autocorrelatie is in de gekwadraterde residuen. Op basis van deze test is er dus rede om aan te nemen dat het DCC model niet voldoet om de correlatie tussen FTSE & Pound-Euro te modelleren. Voor de overige combinaties is het gekozen model wel correct gespecificeerd. Hier voldoet het DCC model dus wel.

De F-waarden voor het BEKK model:

Reeks 1, Reeks 2	v_1^2	v_2^2
S&P, Dollar-Euro	0.5545 (0.8518)	1.5522 (0.1146)
S&P, Dollar-Pound	1.0092 (0.4327)	1.5881 (0.1036)
FTSE, Pound-Euro	0.7625 (0.6654)	11.3070 (0.0000)
FTSE, Dollar-Pound	0.8013 (0.6276)	1.1371 (0.3297)

Tabel 4. F-waarden en p-values (tussen haakjes) van de F-test voor autocorrelatie in de gekwadraterde residuen voor vier combinaties op basis van het BEKK model.

Voor deze resultaten geldt hetzelfde als hierboven voor het DCC model. Op een 5% significantie niveau is het DCC model alleen niet correct gespecificeerd voor FTSE & Pound-Euro.

De F –waarden voor het MA63 model:

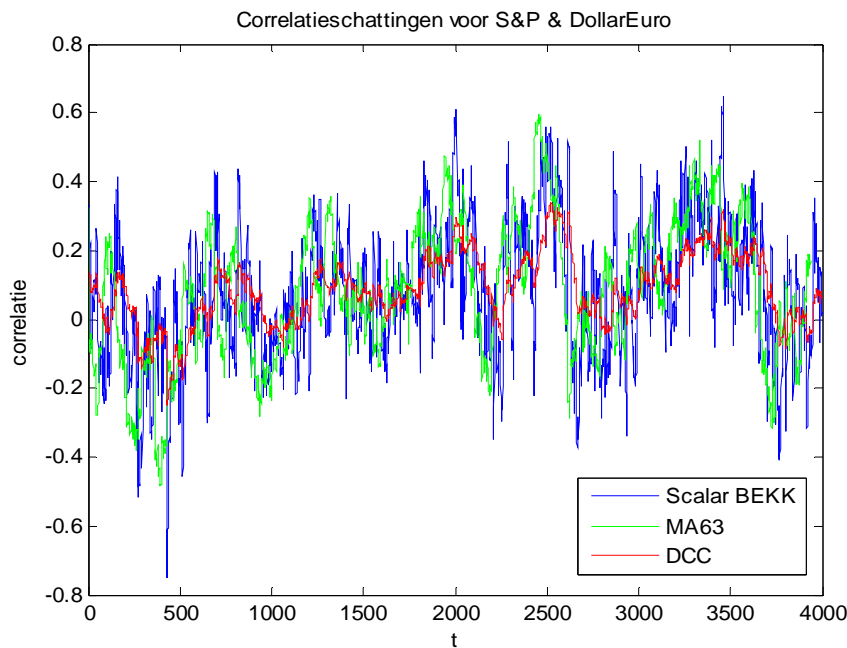
Reeks 1, Reeks 2	v_1^2	v_2^2
S&P, Dollar-Euro	0.3637 (0.9622)	1.8601 (0.0460)
S&P, Dollar-Pound	0.4838 (0.9016)	0.8977 (0.5344)
FTSE, Pound-Euro	1.4910 (0.1359)	5.6930 (0.0000)
FTSE, Dollar-Pound	1.2523 (0.2520)	0.6141 (0.8032)

Tabel 5. F-waarden en p-values (tussen haakjes) van de F-test voor autocorrelatie in de gekwadrateerde residuen voor vier combinaties op basis van het MA63 model.

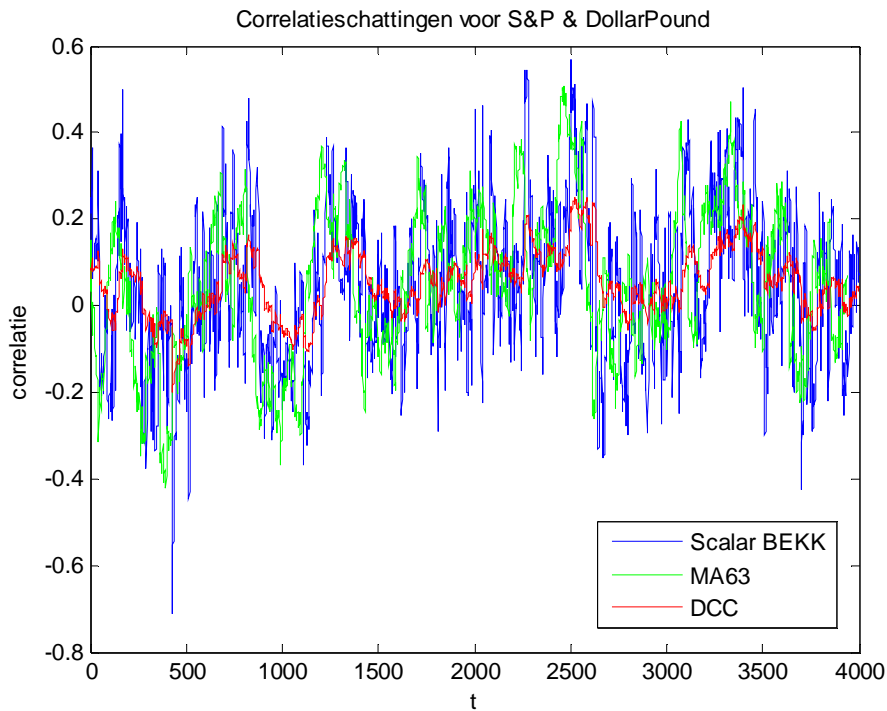
In tabel 5 zien we dat de nulhypothese van geen autocorrelatie in de gekwadrateerde tweede gestandaardiseerde residuen verworpen dient te worden voor de combinatie S&P & Dollar-Euro en FTSE & Pound-Euro. Op basis van deze F-test is het MA63 model voor deze twee combinaties dus niet correct gespecificeerd. Voor de andere twee combinaties voldoet het MA63 model wel.

Correlatieschattingen

Met alle drie de modellen hebben we de correlatie over het sample 1 4000 geschat. In de grafieken hieronder is te zien hoe de geschatte correlatie door de tijd verandert. In elke grafiek wordt de correlatie van de drie modellen voor één combinatie (zie tabel 2) weergegeven.

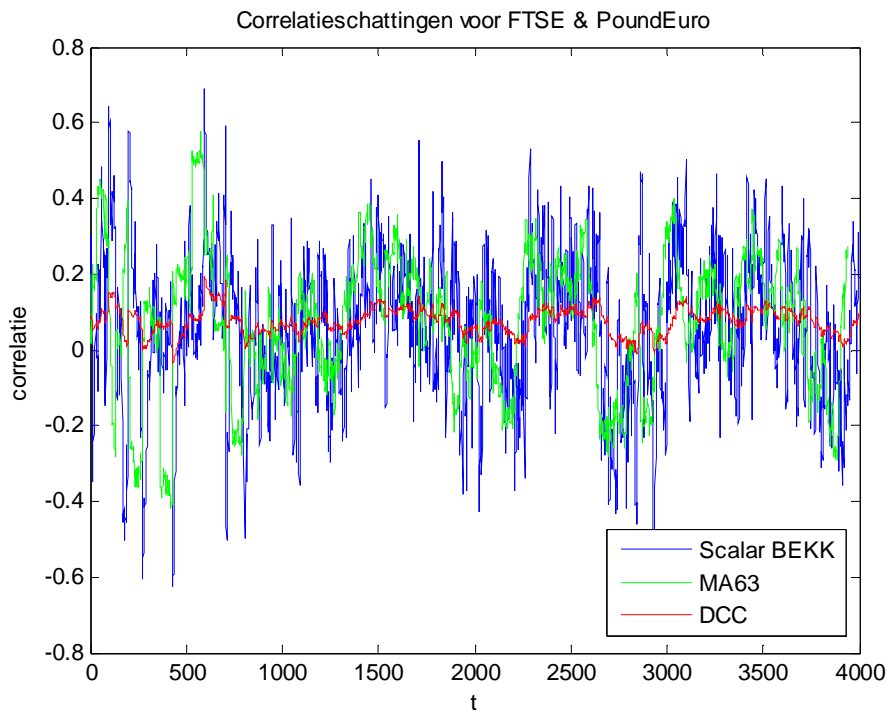


Figuur 2. Correlatieschattingen voor het sample 1 4000 van DCC, BEKK en MA63 voor de combinatie S&P en Dollar/Euro.

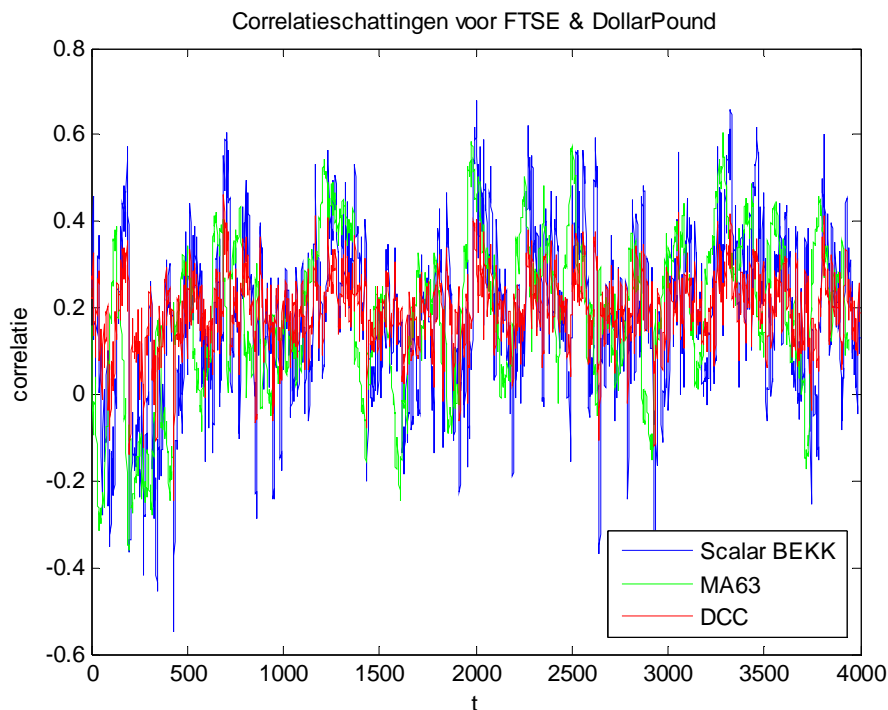


Figuur 3. Correlatieschattingen voor het sample 1 4000 van DCC, BEKK en MA63 voor de combinatie S&P en Dollar/Pound.

Uit figuur 2 en figuur 3 blijkt dat het Scalar BEKK model de extreemste correlatieschattingen doet. DCC schat het ‘rustigst’, tussen beide zit MA63. We zien dat de toppen en pieken behoorlijk samenvallen: de drie modellen schatten bijvoorbeeld rond $t = 160$ allemaal een hoge correlatie. De correlatieschattingen voor FTSE en twee wisselkoersen ziet er zo uit:



Figuur 4. Correlatieschattingen voor het sample 1 4000 van DCC, BEKK en MA63 voor de combinatie FTSE en Dollar/Euro.

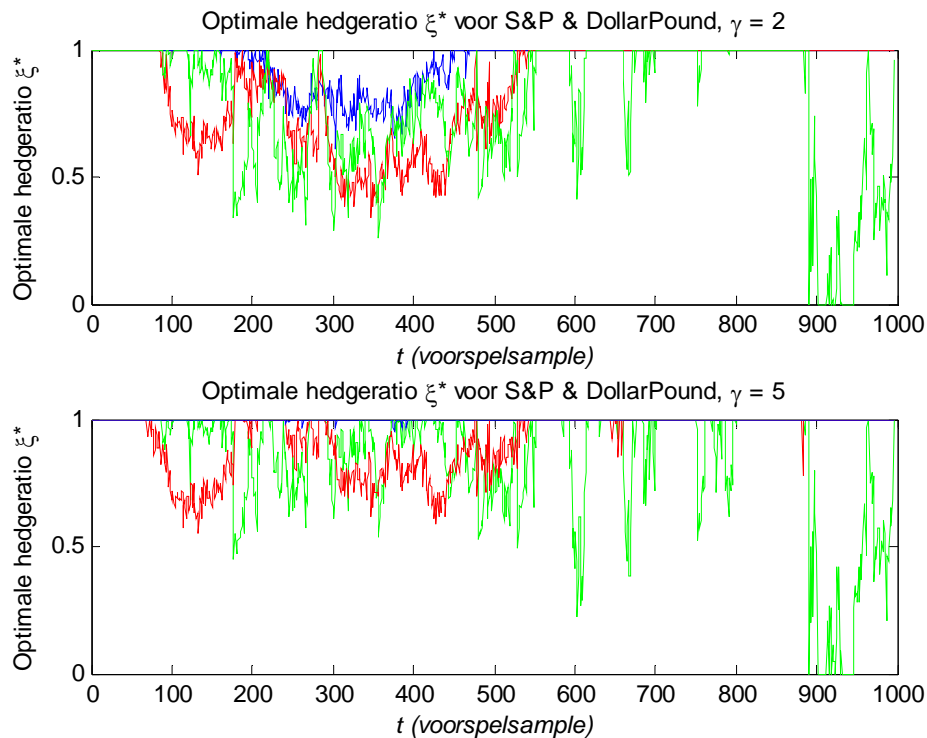


Figuur 5. Correlatieschattingen voor het sample 1 4000 van DCC, BEKK en MA63 voor de combinatie FTSE en Dollar/Pound..

In deze figuren zien we hetzelfde als in de figuren 2 en 3 over S&P: Scalar BEKK schat het extreemst, DCC het rustigst en MA63 zit daartussen. Wat verder opvalt in figuur 4 is dat de DCC schattingen zeer laag zijn, veelal rond 0.05. Daarnaast worden er weinig negatieve correlaties geschat. In figuur 5 is te zien dat de DCC correlatieschattingen hier juist onrustig zijn ten op zichte van schattingen voor andere combinaties. Correlaties van boven de 0.2 komen veel voor, terwijl die bij de andere combinaties zeldzaam zijn. Deze hoge variantie in de correlatieschattingen van het DCC model komt overeen met de gevonden coefficientschattingen in tabel 1. Een (relatief) lage waarde van β leidt er toe dat Q_t en Q_{t-1} (en dus de correlatie) meer verschillen dan het geval is voor de andere drie combinaties.

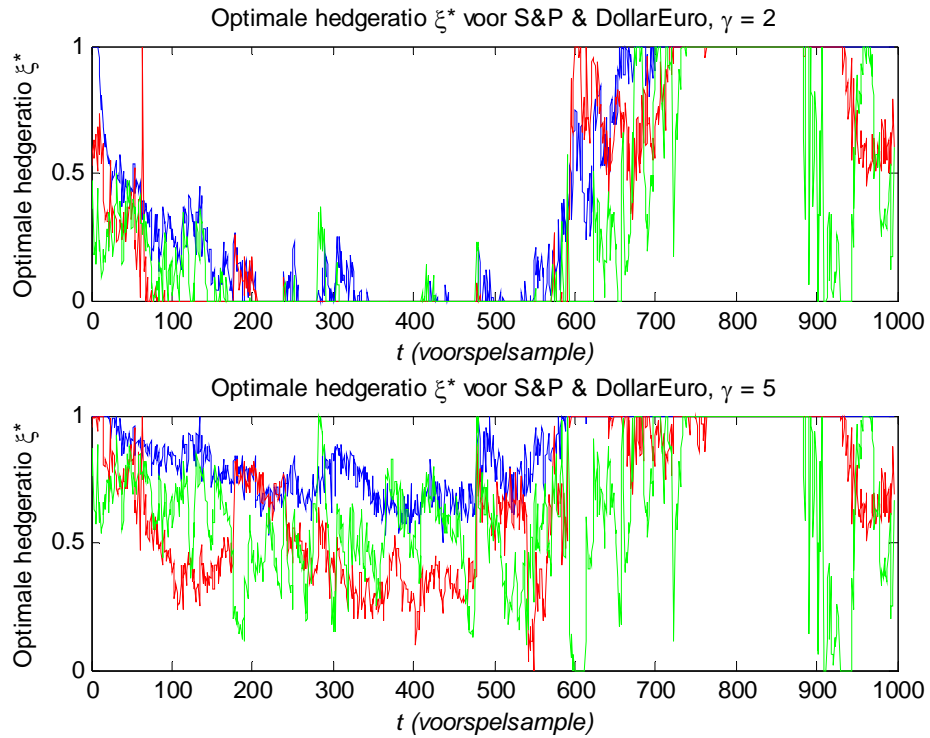
Hedgeresultaten

In de grafieken hieronder staan optimale hedgeratio's ξ^* van de verschillende modellen voor $\gamma=2$ en $\gamma=5$ voor elk tijdstip t in het voorspel sample 4001 4996. Wanneer we bijvoorbeeld de combinatie S&P & Dollar-Pound beschouwen, betekent dit dat we vanuit de UK de optimale hedgeratio hebben berekenen voor de S&P index.

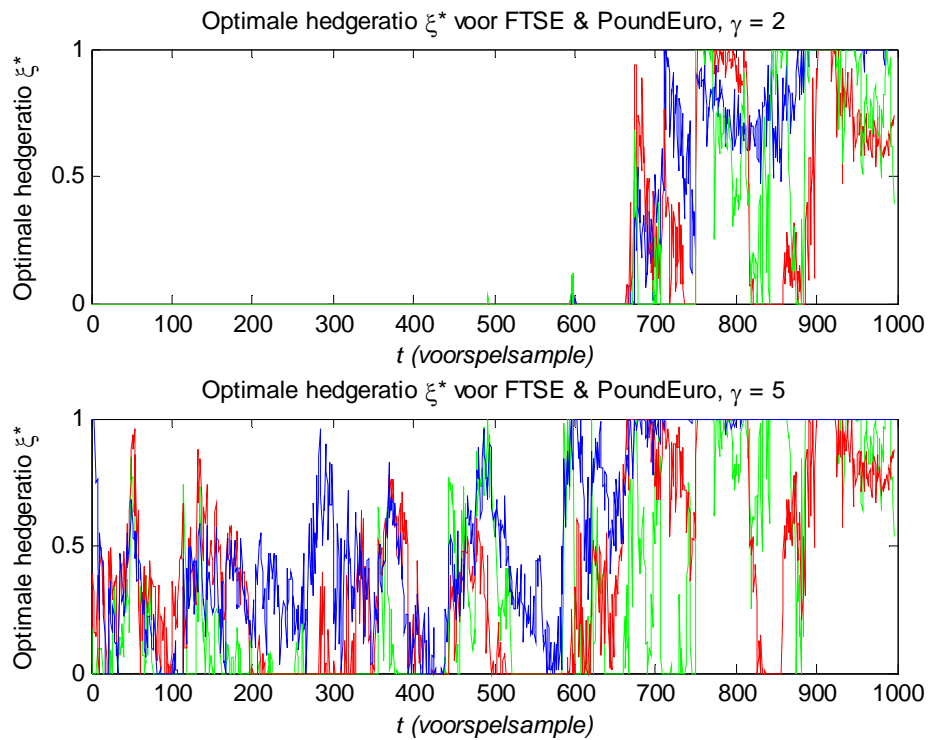


Figuur 6. De optimale hedgeratio's van **DCC**, **MA63** en **Scalar BEKK** voor elk tijdstip t voor de combinatie S&P & Dollar/Pound.

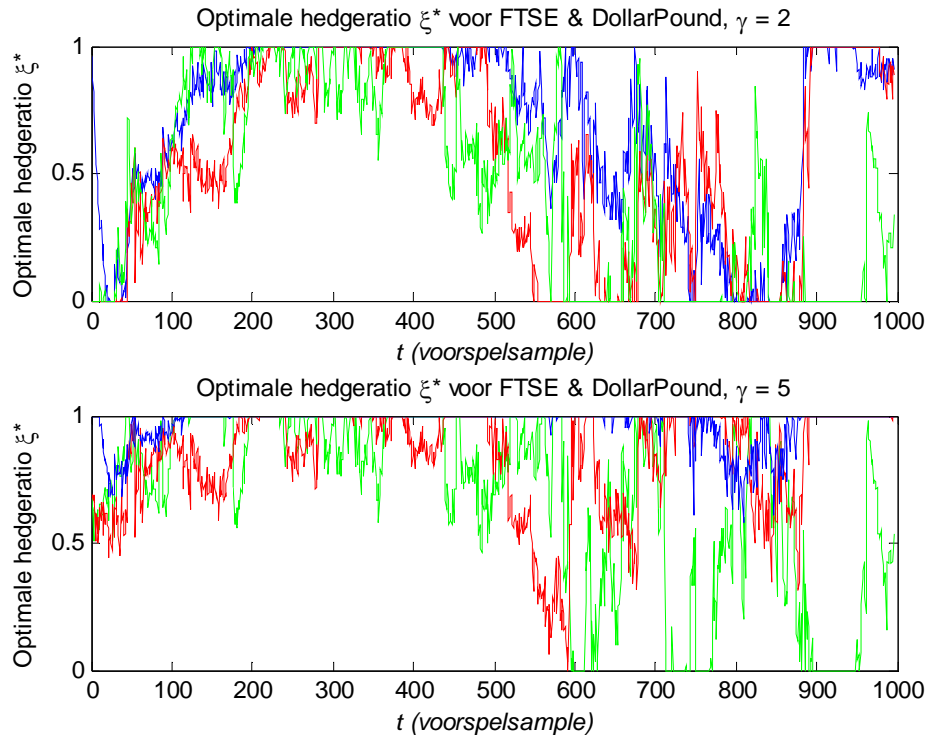
In figuur 6 is te zien dat de hedgeratio functies voor de verschillende modellen globaal hetzelfde verloop hebben. Het DCC model voorspelt over het algemeen de hoogste optimale hedgeratio. Voor beide gamma's geldt dat het gemiddelde van de optimale hedgeratio over ruwweg de eerste helft van het voorspelsample voor MA63 en BEKK hetzelfde lijkt te zijn. In de tweede helft van het voorspelsample voorspellen (voor beide gamma's) DCC en MA63 nagenoeg altijd een optimale hedgeratio van 1, terwijl het BEKK model geregeld een waarde ongelijk aan 1 voorspelt. In de eerste helft van het voorspelsample verschillen de hedgeratio's significant (tot tientallen procenten). Voor de tweede helft geldt dat een belegger nagenoeg indifferent is voor modelkeuze tussen DCC en MA63. Zijn keuze kan in zo'n geval bepaald worden door de eenvoud van het model. Verder zien we dat $\gamma = 5$ leidt tot gemiddeld hogere hedgeratio's, hoewel dit bij DCC en MA63 duidelijker is dan bij BEKK. Ook is te zien in de figuur dat de voorspellingen van het BEKK model de hoogste variantie hebben: de optimale hedgeratio varieert van 0 tot 1 in een betrekkelijk klein interval, zoals bijvoorbeeld is te zien is rond $t = 890$ ($\gamma = 5$).



Figuur 7. De optimale hedgeratio's van **DCC**, **MA63** en **Scalar BEKK** voor elk tijdstip t voor de combinatie S&P & Dollar/Euro.



Figuur 8. De optimale hedgeratio's van **DCC**, **MA63** en **Scalar BEKK** voor elk tijdstip t voor de combinatie FTSE & Pound/Euro.



Figuur 9. De optimale hedgeratio's van **DCC**, **MA63** en **Scalar BEKK** voor elk tijdstip t voor de combinatie FTSE & Dollar/Pound..

Hoewel de voorspellingen in figuur 7 - 9 een andere trend hebben dan te zien is in figuur 6, zien we veel vergelijkbare resultaten. Zo voorspelt wederom DCC gemiddeld de hoogste optimale hedgeratio en is de variantie van het BEKK model wederom het grootst. Verder vallen de resultaten voor FTSE & Pound-Euro met $\gamma = 2$ op: alle drie de modellen voorspellen voor de eerste 600 waarnemingen een optimale hedgeratio van 0. Voor $\gamma = 5$ wordt voor deze waarneming veelal een hedgeratio ongelijk aan 0 voorspeld.

Utility

Met deze optimale hedgeratio's hebben we het bijbehorende nut berekend. Dit vergelijken we met het nut dat de benchmark strategieën opleveren. De resultaten voor $\gamma = 2$ en $\gamma = 5$ staan in tabel 3 en 4.

$\gamma = 2$

Reeks1, reeks 2	ξ^* DCC	ξ^* Scalar BEKK	ξ^* MA63	$\xi = 0$	$\xi = 1$
S&P, Dollar/Euro	-5.1846	-5.1844	-5.1749	-5.2606	-5.4421
S&P, Dollar/Pound	-5.0126	-5.0472	-5.0118	-5.2606	-5.0173
FTSE, Pound/Euro	-3.3787	-3.3616	-3.3655	-3.3344	-3.7591
FTSE, Dollar/Pound	-3.4262	-3.3554	-3.4057	-3.3344	-3.5776

Tabel 6. Het gemiddelde van het nut behorende bij een optimale hedgeratio, een benchmark 0 strategie en een benchmark 1 strategie voor vier combinaties op basis van de drie modellen: DCC, Scalar BEKK en MA63, met $\gamma = 2$. De waarden in de tabel dienen allen te worden vermenigvuldigd met 10^4 .

$\gamma = 5$

Reeks1, reeks 2	ξ^* DCC	ξ^* Scalar BEKK	ξ^* MA63	$\xi = 0$	$\xi = 1$
S&P, Dollar/Euro	-8.9314	-8.8828	-8.8617	-8.8172	-8.9974
S&P, Dollar/Pound	-8.5721	-8.6122	-8.5730	-8.8172	-8.5721
FTSE, Pound/Euro	-6.6477	-6.5346	-6.5819	-6.4435	-6.8686
FTSE, Dollar/Pound	-6.6691	-6.5531	-6.6407	-6.4435	-6.6882

Tabel 7. Het gemiddelde van het nut behorende bij een optimale hedgeratio, een benchmark 0 strategie en een benchmark 1 strategie voor vier combinaties op basis van de drie modellen: DCC, Scalar BEKK en MA63, met $\gamma = 5$. De waarden in de tabel dienen allen te worden vermenigvuldigd met 10^{-4} .

Uit tabel 3 blijkt dat voor een risicoaversiefactor van 2 MA63 voor S&P & Dollar-Euro en S&P & Dollar-Pound het beste model is. Met dit model dient dus gehedged te worden. Het scalar BEKK model is het best voor FTSE & Pound-Euro, $\gamma = 2$. De benchmark 0 strategie presteert het best voor FTSE & Dollar-Pound.

Voor $\gamma = 5$ is de grote winnaar de benchmark 0 strategie. Alleen voor S&P & Dollar/Pound presteert het DCC model het best, voor de andere drie combinaties kan het best gehedged worden door de benchmark 0 strategie te volgen.

Verder merken we op dat de utility voor $\gamma = 5$ voor alle combinaties en voor alle modellen lager is dan voor $\gamma = 2$. De coefficient van risico-aversie kan voor een belegger dus beter 2 dan 5 zijn.

Rendement

Het uiteindelijke rendement dat bereikt wordt met het hedgen met de modellen staat in tabel 8 en in tabel 9. Dit is dus de procentuele verandering in het vermogen over het hele sample van 1000 waarnemingen met het volgen van een bepaalde hedgestrategie. Een waarde van 0.6703 correspondeert met een vermogensverlies van 32,97%.

$\gamma = 2$

Reeks1, reeks 2	ξ^* DCC	ξ^* Scalar BEKK	ξ^* MA63	$\xi = 0$	$\xi = 1$
S&P, Dollar/Euro	0.6703	0.6703	0.6710	0.6653	0.6533
S&P, Dollar/Pound	0.6819	0.6795	0.6819	0.6653	0.6816
FTSE, Pound/Euro	0.7913	0.7927	0.7924	0.7927	0.7619
FTSE, Dollar/Pound	0.7876	0.7931	0.7892	0.7948	0.7758

Tabel 8. Het percentage vermogen (W) na 1000 waarnemingen ten opzichte van het startvermogen voor de verschillende hedgestrategieën voor de verschillende combinaties en modellen. $\gamma = 2$.

$\gamma = 5$

Reeks1, reeks 2	ξ^* DCC	ξ^* Scalar BEKK	ξ^* MA63	$\xi = 0$	$\xi = 1$
S&P, Dollar/Euro	0.6576	0.6607	0.6623	0.6653	0.6533
S&P, Dollar/Pound	0.6816	0.6789	0.6815	0.6653	0.6816
FTSE, Pound/Euro	0.7789	0.7877	0.7840	0.7948	0.7619
FTSE, Dollar/Pound	0.7773	0.7863	0.7795	0.7948	0.7758

Tabel 9. Het percentage vermogen (W) na 1000 waarnemingen ten opzichte van het startvermogen voor de verschillende hedgestrategieën voor de verschillende combinaties en modellen. $\gamma = 2$.

De resultaten in tabel 8 en tabel 9 zijn geheel in overeenkomst met onze bevindingen in tabel 6 en 7. Wanneer we op basis van de utility behorende bij de optimale hedgeratio een model selecteren, selecteren we dat model ook op basis van de uiteindelijke rendementen.

Wanneer we nu de resultaten vergelijken met de uitkomsten van de statische performance measure, de F-test voor autocorrelatie in de gekwadrateerde gestandaardiseerde residuen, valt ons het volgende op: hoewel de F-waarde voor de tweede gekwadrateerde residuen voor FTSE & Pound-Euro maar liefst 11.3070 (p-value 0.000) is en het model op basis hiervan duidelijk niet correct gespecificeerd is, voorspelt dit model wel de hoogste utility (en dus ook de hoogste uiteindelijke rendementen) voor $\gamma = 2$: $-3.3616 \cdot 10^{-4}$. Evenzo zien we dat MA63 het best presteert voor S&P & dollar/euro ($\gamma = 2$), terwijl we in tabel 5 zien dat het model niet juist gespecificeerd is.

4. CONCLUSIE

In dit onderzoek hebben we met drie bivariate modellen optimale hedgeratio's voorspeld. De modellen zijn geevalueerd met een F-test voor de gekwadrateerde gestandaardiseerde residuen. Voor de combinatie FTSE & Pound-Euro zijn alle drie de modellen niet correct gespecificeerd, voor de combinatie FTSE & Dollar-Pound is alleen het MA63 model niet correct gespecificeerd. De voorspelde optimale hedgeratio's zijn geevalueerd door met de echte returns de bijbehorende utility en de uiteindelijke rendementen te berekenen voor de drie modellen en deze met elkaar en met twee benchmark strategieën (full hedge en no hedge) te vergelijken. We hebben kunnen concluderen dat voor het voorspelsample 4000 5000 de optimale hedgestrategieën zijn: benchmark 0 (5x), DCC (1x), MA63 (2x).

REFERENTIES

Engle, R. (2002).

Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business & Economic Statistics*, July 20, Vol. 20, No. 3.

Bollerslev, T. (2005).

Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model. *Review of Economics and Statistics*, 72, 498 – 505.

Bos, C.S., Mahieu, R.J. en Van Dijk, H.K. (2000).

Daily exchange rate behaviour and hedging of currency risk. *Journal of Applied Econometrics*, 15:671-696.

Bollerslev, T., Engle, R.F. and Wooldridge, J.M. (1988).

A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances, *Journal of Political Economy* 96: 116-131.

Engle, R.F. & Ng, V.K. & Rothschild, M. (1990).

Asset pricing with a factor-arch covariance structure: Empirical estimates for treasury bills. *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 45(1-2), pages 213-237

Granger, C.W.J and Poon, S.-H. (2003).

Forecasting volatility in financial markets: A review. *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478 – 539.