

# Beslisregels voor het afzeggen van operaties



Wim Kuijsten [298047]  
Begeleider: Prof. dr. APM Wagelmans  
Erasmus Universiteit Rotterdam  
Erasmus School of Economics

# Inhoudsopgave

<b>Inhoudsopgave</b>	<b>2</b>
<b>Inleiding</b>	<b>3</b>
<b>Hoofdstuk 1 - Stochastisch verdeelde operaties</b>	<b>4</b>
§1.1 Benadering integraal met Riemannsom	4
§1.2 Normaal verdeelde operaties	4
§1.3 Uniform verdeelde operaties	5
§1.4 Lognormaal verdeelde operaties	6
<b>Hoofdstuk 2 - Experimenten met het aantal afzeggingen bij Normaal verdeelde operaties</b>	<b>9</b>
§2.1 Identiek verdeelde operaties	9
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	9
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	10
§2.2 Niet-identiek verdeelde operaties	10
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	10
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	11
<b>Hoofdstuk 3 - Experimenten met het aantal afzeggingen bij Uniform verdeelde operaties</b>	<b>14</b>
§3.1 Identiek verdeelde operaties	14
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	14
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	15
§3.2 Niet-identiek verdeelde operaties	15
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	15
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	16
<b>Hoofdstuk 4 - Experimenten met het aantal afzeggingen bij Lognormaal verdeelde operaties</b>	<b>17</b>
§4.1 Identiek verdeelde operaties	17
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	17
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	18
§4.2 Niet-identiek verdeelde operaties	18
<i>Kosten voor het aantal afgezegde operaties</i>	18
<i>Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties</i>	19
<b>Hoofdstuk 5 - Conclusie</b>	<b>21</b>
<b>Bronvermelding</b>	<b>22</b>

## Inleiding

Ziekenhuizen kennen veel optimalisatie problemen. Eén van deze optimalisatie problemen is het toewijzen van operaties aan een operatiekamer. Aan het begin van een dag moeten alle ingeplande operaties toegewezen worden aan een operatiekamer. Het is dan ook mogelijk om één of meerdere operaties af te zeggen. Dit is vervelend voor de patiënt en daarom worden hier fictieve kosten voor gerekend. In sommige gevallen blijkt het inderdaad goedkoper om niet alle operaties toe te wijzen aan een operatiekamer, maar om één of meerdere operaties af te zeggen. In die gevallen zijn de fictieve kosten voor het afzeggen van een operatie lager dan de overwerkkosten als gevolg van het inplannen van een operatie.

Onderzoeken hiernaar hebben zich tot nu toe vooral gericht op een oplossingsmethode waarbij eerst een aantal operaties werd afgezegd en daarna voor de resterende operaties de som van de verwachte overschrijdingsduur werd geminimaliseerd. Over de kwaliteit van deze oplossingsmethoden is niet zoveel bekend. Dit was de aanleiding voor het onderzoek in deze scriptie.

In deze scriptie wordt onderzocht of er regels gevonden kunnen worden om te beslissen hoeveel en welke operaties afgezegd moeten worden. Daarbij worden alleen Normaal, Uniform en Lognormaal verdeelde operatieduren bekeken. Omdat er op een dag meerdere operaties plaatsvinden moet er, om beslisregels te kunnen vinden, eerst naar de gezamenlijke verdeling van de operaties gekeken worden. In hoofdstuk 1 worden hier formules voor gegeven. In de hoofdstukken 2 - 4 worden er experimenten met de verschillende verdelingen gedaan om beslisregels te vinden. In hoofdstuk 2 met de Normale verdeling. In hoofdstuk 3 met de Uniforme verdeling en in hoofdstuk 4 met de Lognormale verdeling. In hoofdstuk 5 wordt tenslotte een conclusie gegeven met onder andere beslisregels en aanbevelingen voor verder onderzoek.

## Hoofdstuk 1 Stochastisch verdeelde operaties

De verdeling van de operatieduur verschilt per soort operatie. In deze scriptie worden de Normale, Uniforme en Lognormale verdeling bekeken.

Als er meerdere operaties achter elkaar plaatsvinden is de gezamenlijke verdeling van deze operaties van belang. Daarom worden in dit hoofdstuk voor de gevallen waarin alle operaties Normaal, Uniform of Lognormaal verdeeld zijn algemene formules gegeven.

### §1.1 Benadering integraal met Riemansom

Een operatiekamer is maximaal  $T$  minuten beschikbaar voordat er overwerk plaatsvindt. In de formules in de paragrafen 2 - 4 wordt het aantal minuten overwerk weergegeven door een integraal op het interval  $[T, \infty)$ . Deze integralen kunnen niet analytisch uitgerekend worden en worden daarom benaderd door een Riemansom. Daarbij wordt het interval  $[T, \infty)$  benaderd door het interval  $[T, 4T]$ . Het interval  $[T, 4T]$  wordt in  $q$  deelintervallen verdeeld, waarbij  $q$  zo wordt gekozen dat de stapgrootte  $\Delta x$  gelijk is aan 0.1. De verdelingsfunctie  $F(x_i)$  geeft de kans op waarden kleiner dan  $x_i$  aan. De kans dat de totale operatieduur in deelinterval  $i$  valt is gelijk aan  $F(x_i) - F(x_{i-1})$  waarbij  $F(x_0) = F(T)$ . De benadering van het aantal minuten overschrijding is

$$\sum_{i=1}^q \left[ \max \left( \frac{x_i + x_{i-1}}{2} - T, 0 \right) \right] [F_q(x_i) - F_q(x_{i-1})] \quad (1.1)$$

Het maximaliseren is nodig omdat de overschrijding in minuten anders negatief kan zijn.

### §1.2 Normaal verdeelde operaties

We beschouwen  $n$  Normaal verdeelde operaties. We nemen onafhankelijkheid tussen de operaties aan. Een operatie  $i$  heeft een gemiddelde operatieduur van  $\mu_i$  minuten en een standaarddeviatie van  $\sigma_i$  minuten. Een operatiekamer is maximaal  $T$  minuten beschikbaar voordat er overwerk plaatsvindt. De kosten voor overwerk zijn  $k_{ow}$  per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie zijn  $k_{of}$  per operatie.

Zijn twee toevalsvariabelen  $X$  en  $Y$  onafhankelijk en normaal verdeeld, dan geldt:  $X + Y \sim N(\mu_x + \mu_y, \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$  (Ross, 2007).

Dus  $n$  operaties zijn gezamenlijk  $N(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n, \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2)$  verdeeld.

De pdf van de normale verdeling is: 
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (1.2)$$

De overschrijding in minuten is: 
$$\int_T^\infty x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \quad (1.3)$$

De overschrijding in minuten wordt weergegeven door formule (1.3). Deze integraal kan benaderd worden door gebruik te maken van een Riemansom zoals beschreven in paragraaf 1.

### Voorbeeld 1

Operaties zijn normaal en identiek verdeeld en er is maar één operatiekamer beschikbaar. De operatiekamer is 6 uur beschikbaar. De gemiddelde operatieduur is 45 minuten met een standaarddeviatie van 15 minuten. Er zijn tien operaties gepland. Verder wordt aangenomen dat de duur van de operaties onafhankelijk verdeeld is. De cumulatieve verdelingen en formules voor de kosten worden in tabel 1.1 weergegeven.

Aantal afgezegde operaties	Cumulatieve verdeling	Kosten overwerk	Kosten afzeggen	Totale kosten
0	N(450, 2250)	$90.53 * k_{ow}$	-	$90.53 * k_{ow}$
1	N(405, 2025)	$48.75 * k_{ow}$	$1 * k_{of}$	$48.75 * k_{ow} + 1 * k_{of}$
2	N(360, 1800)	$16.93 * k_{ow}$	$2 * k_{of}$	$16.93 * k_{ow} + 2 * k_{of}$
3	N(315, 1575)	$2.55 * k_{ow}$	$3 * k_{of}$	$2.55 * k_{ow} + 3 * k_{of}$
4	N(270, 1350)	$0.00 * k_{ow}$	$4 * k_{of}$	$0.00 * k_{ow} + 4 * k_{of}$

Tabel 1.1

### §1.3 Uniform verdeelde operaties

In de literatuur is uitgebreid onderzoek gedaan naar het optellen van Uniform verdeelde variabelen. Van het onderzoek voor 2000 wordt een overzicht gegeven door Bradley en Gupta (2002). Daarna is relevant onderzoek verricht door Sadooghi-Alvandi en Nematollahi (2007). Zij hebben net als Bradley en Gupta een expliciete formule gevonden, maar hebben daarvoor een relatief eenvoudige benadering gebruikt.

Zij zijn hierbij uitgegaan van een verdeling op het interval  $[0, a_i]$ . Dit kan door aan te nemen dat  $X_i$  Uniform verdeeld is op het interval  $[b_i, c_i]$  en dat  $Y_i = X_i - b_i$ . Dan is  $Y_i$  Uniform verdeeld op het interval  $[0, a_i]$ , waarbij  $a_i = c_i - b_i$  en  $\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n b_i$ .

In de meest eenvoudige uitwerking zijn alle operaties Uniform verdeeld op het interval  $[0, 1]$  en is de pdf (Sadooghi-Alvandi & Nematollahi, 2007):

$$f_n(s) = \frac{1}{(n-1)!} \sum_{k=0}^{\lfloor s \rfloor} (-1)^k \binom{n}{k} (s-k)^{n-1} \quad \text{for } 0 < s < n, \text{ waar } \lfloor s \rfloor = \text{Floor}(s).$$

Als dit verder wordt uitgewerkt en alle operaties Uniform verdeeld zijn op het interval  $[0, a_i]$  dan is de verdelingsfunctie (Buonocore, Priozzi, & Caputo, 2009):

$$F_n(x) = \frac{1}{n! A_n} \left\{ (x^+)^n + \sum_{v=1}^n (-1)^v \sum_{j_1=1}^n \sum_{j_2=j_1+1}^n \dots \sum_{j_v=j_{v-1}+1}^n \left[ x - (a_{j_1} + a_{j_2} + \dots + a_{j_v}) \right]^+ \right\}^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{waar } A_n = \prod_{k=1}^n a_k$$

Met behulp van deze CDF kan de overschrijding, van de beschikbare tijd per operatiekamer, uitgerekend worden. Om dit te doen wordt gebruik gemaakt van een Riemannsom zoals beschreven

in paragraaf 1. Alleen wordt de integraal nu benaderd door een Riemansom op het interval  $\left[ \sum_{i=1}^n b_i, \sum_{i=1}^n c_i \right]$  en geldt dat  $F(x_0) = 0$ .

### Voorbeeld 2

Operaties zijn Uniform en identiek verdeeld en er is maar één operatiekamer beschikbaar. De operatiekamer is 6 uur beschikbaar. De operatieduur is Uniform verdeeld op het interval  $[b, c]$ . Er zijn 9 operaties gepland en in tabel 1.2 weergegeven. Verder wordt aangenomen dat de duur van deze operaties onafhankelijk verdeeld is.

Operatie	Verdeling	$a_i$	$b_i$
1	U(30, 60)	30 min.	30 min.
2	U(0, 20)	20 min.	0 min.
3	U(20, 80)	60 min.	20 min.
4	U(15, 45)	30 min.	15 min.
5	U(40, 70)	30 min.	40 min.
6	U(30, 60)	30 min.	30 min.
7	U(40, 60)	20 min.	40 min.
8	U(30, 120)	90 min.	30 min.
9	U(15, 45)	30 min.	15 min.
<b>Totaal</b>		<b>340 min.</b>	<b>220 min.</b>

We zijn geïnteresseerd in het aantal minuten overschrijding, omdat daar kosten voor gemaakt worden. De operatiekamer is 360 minuten beschikbaar. De minimale duur van de operaties is 220 minuten. De maximale duur van de operaties is 560 minuten. Het aantal minuten overschrijding is, uitgaand van een verdeling op het interval  $[0, a]$ , het aantal minuten dat de operaties meer duren dan  $(360 - 220)$  140 minuten.

Tabel 1.2

Een aantal uitersten en willekeurige voorbeelden van afgezegde operaties en de bijbehorende kosten worden in tabel 1.3 weergegeven.

Aantal afgezegde operaties	Afgezegde operatie	Kosten overwerk	Kosten afzeggen	Totale kosten
0	-	$34.61 * k_{ow}$	0	$34.61 * k_{ow}$
1	2	$27.09 * k_{ow}$	$1 * k_{af}$	$27.09 * k_{ow} + 1 * k_{af}$
1	8	$0.50 * k_{ow}$	$1 * k_{af}$	$0.50 * k_{ow} + 1 * k_{af}$
2	2 + 7	$4.34 * k_{ow}$	$2 * k_{af}$	$4.34 * k_{ow} + 2 * k_{af}$
2	3 + 8	$0 * k_{ow}$	$2 * k_{af}$	$0 * k_{ow} + 2 * k_{af}$
3	1 + 2 + 7	$0.12 * k_{ow}$	$3 * k_{af}$	$0.12 * k_{ow} + 3 * k_{af}$

Tabel 1.3

### §1.4 Lognormaal verdeelde operaties

Als een random variabele Normaal verdeeld is, dan heeft de logaritme daarvan een Lognormale verdeling. De pdf van de Lognormale verdeling is (Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer, 2002):

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \geq 0$$

Voor de som van Lognormale verdelingen (SLN) bestaat geen expliciete formule. (Wu, Mehta, & Zhang, 2005) Er is veel onderzoek naar gedaan resulterend in veel verschillende methoden voor het benaderen van de SLN. In deze scriptie wordt voor het benaderen van deze som gebruik gemaakt van de methode van Szyszkowicz en Yanikomeroglu (2009). Hun methode is meer accuraat dan andere

eenvoudige methoden en beter te begrijpen en implementeren dan de meer accurate methoden die veelvuldig gebruik maken van numerieke integratie.

De verdeling die gebruikt wordt voor het benaderen van de SLN is (Szyszkowicz & Yanikomeroglu):

$$F_{MPLN}(x) = \Phi^t \left( \frac{\ln x - m}{s} \right), \quad m, s > 0, x \geq 0, t \geq 0 \quad (1.4)$$

waar  $\Phi(x)$  is de verdelingsfunctie van de standaard normale verdeling en  $\Phi'(x) = [\Phi(x)]^t$ .

De volgorde voor het berekenen van de parameters is  $s, t$  en als laatste  $m$ .

$$s = \max_i \sigma_i \quad (1.5), \quad t = s^2 \sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} \quad (1.6), \quad \Lambda(s, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{sx - \frac{1}{2}x^2} \Phi^{t-1}(x) dx \quad (1.7),$$

$$m = \ln \sum_{i=1}^N e^{\mu_i + \frac{1}{2}\sigma_i^2} - \ln \Lambda(s, t) - \ln t + \frac{1}{2} \ln 2\pi \quad (1.8).$$

Hierna worden deze parameters verkregen uit (1.5), (1.6), (1.7) en (1.8) gesubstitueerd in (1.4).

(1.8) is een integraal die je niet analytisch kan uitrekenen. Deze integraal wordt daarom benaderd met een Riemann som. Hier is gekozen voor de regel van Simpson (Stewart, 2006).

### Regel van Simpson

$$\int_a^b f(x) dx \approx S_q = \frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{q-2}) + 4f(x_{q-1}) + f(x_q)]$$

waarbij  $q$  (het aantal intervallen) even is en  $\Delta x = (b - a)/q$ .

Met behulp van de verdelingsfunctie van de SLN (1.4) kan de overschrijding, van de beschikbare tijd per operatiekamer, uitgerekend worden. Deze verdeling kan benaderd worden door gebruik te maken van de in paragraaf 1 beschreven Riemannsom.

### Voorbeeld 3

Operaties zijn Lognormaal verdeeld en er is maar één operatiekamer beschikbaar. De operatiekamer is 6 uur beschikbaar. Er wordt aangenomen dat de duur van de operaties onafhankelijk is. Er zijn twaalf operaties gepland. Deze operaties zijn identiek verdeeld met een gemiddelde operatieduur van 45 minuten en een standaarddeviatie van 15 minuten. De operaties zijn dan  $\ln N(\mu, \sigma^2)$  verdeeld.

$$\text{Dus } \sigma^2 = \ln \left( 1 + \frac{\text{Var}(X)}{E(X)^2} \right) \text{ en } \mu = \ln(E[X]) - \frac{1}{2} \ln \left( 1 + \frac{\text{Var}(X)}{E(X)^2} \right).$$

Omdat de Lognormale verdeling een dikke staart heeft is het mogelijk dat de operaties samen langer duren dan 24 uur. In dit hoofdstuk wordt aangenomen dat de kans dat de operaties samen langer

duren dan 4 keer de beschikbare operatiekamertijd gelijk is aan nul en de kans daarop wordt in de berekeningen gelijk gezet aan nul. Bij 12 operaties bijvoorbeeld is de kans dat de operaties samen meer dan 24 uur duren  $1.5236 \cdot 10^{-5}$ .

Aantal afgezegde operaties	Kosten overwerk	Kosten afzeggen	Totale kosten
0	$180.10 \cdot k_{ow}$	0	$180.10 \cdot k_{ow}$
1	$135.78 \cdot k_{ow}$	$1 \cdot k_{af}$	$135.78 \cdot k_{ow} + 1 \cdot k_{af}$
2	$93.56 \cdot k_{ow}$	$2 \cdot k_{af}$	$93.56 \cdot k_{ow} + 2 \cdot k_{af}$
3	$56.64 \cdot k_{ow}$	$3 \cdot k_{af}$	$56.64 \cdot k_{ow} + 3 \cdot k_{af}$
4	$28.78 \cdot k_{ow}$	$4 \cdot k_{af}$	$28.78 \cdot k_{ow} + 4 \cdot k_{af}$
5	$11.66 \cdot k_{ow}$	$5 \cdot k_{af}$	$11.66 \cdot k_{ow} + 5 \cdot k_{af}$
6	$3.52 \cdot k_{ow}$	$6 \cdot k_{af}$	$3.52 \cdot k_{ow} + 6 \cdot k_{af}$

Tabel 1.4



## Hoofdstuk 2 Experimenten met het aantal afzeggingen bij Normaal verdeelde operaties

Het afzeggen van een operatie brengt kosten met zich mee. In deze scriptie wordt onderscheid gemaakt tussen twee manieren om kosten toe te wijzen aan een afgezegde operatie. Voor het toewijzen van de kosten is het mogelijk dat er alleen gekeken wordt naar het aantal afgezegde operaties, maar er kan ook gekeken worden naar de verwachte duur van de afgezegde operaties.

Voor beide soorten kosten is het duidelijk hoe de kosten van een rooster voor één operatiekamer uitgerekend kunnen worden bij een verschillend aantal afgezegde operaties. De volgende stap is om te kijken of er een beslisregel gevonden kan worden om het aantal af te zeggen operaties te bepalen. Eerst wordt gekeken naar de situatie waarin de operaties identiek verdeeld zijn. Daarna wordt gekeken naar een situatie waarin de operaties niet-identiek verdeeld zijn. In dit hoofdstuk gebeurt dat voor Normaal verdeelde operaties. In de volgende twee hoofdstukken gebeurt dit voor Uniform en Lognormaal verdeelde operaties. De keuze voor de hoogte van de kosten in deze hoofdstukken is willekeurig en niet bindend.

### §2.1 Identiek verdeelde operaties

#### *Kosten voor het aantal afgezegde operaties*

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties worden een aantal casussen met elkaar vergeleken. In al deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie € 150,-. Het aantal in te plannen operaties is steeds 10. Verder zijn de operaties Normaal, identiek en onafhankelijk verdeeld.

In de eerste casus is de beschikbare operatiekamertijd ( $T$ )  $10 \cdot \mu$ . Dat is de gemiddelde operatieduur als er geen operaties afgezegd worden. Dit wordt bekeken voor operaties van verschillende duur. Ook wordt gekeken naar het effect van de standaarddeviatie. In tabel 2.1 is het optimale aantal afzeggingen met de daarbij behorende kosten te zien.

	T	mu	sigma	# afzeggingen	kosten
Casus 1	450	45	15	1	€ 118,12
	450	45	10	0	€ 94,62
	450	45	5	0	€ 47,31
	300	30	15	1	€ 141,00
	300	30	10	0	€ 94,62
	300	30	5	0	€ 47,31
	150	15	15	0	€ 141,93
	150	15	10	0	€ 94,62
	150	15	5	0	€ 47,31

In de tweede casus is de verwachte duur van de operaties groter dan de beschikbare operatiekamertijd. De beschikbare operatiekamertijd is in deze casus  $8 \cdot \mu$ . Dat is de gemiddelde operatieduur als er twee operaties afgezegd worden. Ook hier wordt weer gekeken naar operaties van verschillende duur en naar het effect van de standaarddeviatie. Zie tabel 2.2.

	T	mu	sigma	# afzeggingen	kosten
Casus 2	240	30	15	2	€ 306,94
	240	30	10	2	€ 264,63
	240	30	5	2	€ 222,31
	120	15	15	0	€ 281,90
	120	15	10	0	€ 246,77
	120	15	5	1	€ 211,87

De derde casus is uitgegaan van casus 1, maar nu is de OK steeds 90 minuten minder beschikbaar.

	T	mu	sigma	# afzeggingen	kosten
Casus 3	360	45	15	3	€ 289,09
	360	45	10	2	€ 264,63
	360	45	5	2	€ 222,31
	210	30	15	3	€ 388,74
	210	30	10	3	€ 349,16
	210	30	5	3	€ 309,58
	60	15	15	5	€ 616,48
	60	15	10	5	€ 587,67
	60	15	5	5	€ 565,99

Tabellen 2.1, 2.2 en 2.3

Vervolgens wordt in de vierde casus gekeken wat er gebeurt als de standaarddeviatie, het gemiddelde en de beschikbare operatiekamertijd evenredig stijgen.

	T	mu	sigma	#afzeggingen	kosten
Casus 4	450	45	45	2	€ 314,76
	300	30	30	1	€ 261,61
	150	15	15	0	€ 141,93

Tenslotte wordt in de vijfde casus gekeken wat er gebeurt als de verwachte duur van de operaties erg onzeker is.

	T	mu	sigma	#afzeggingen	kosten
Casus 5	150	25	50	6	€ 688,35
	450	45	100	5	€ 588,07
	300	45	100	7	€ 748,35

Tabellen 2.4 en 2.5

Uit deze vijf casussen blijkt dat alle drie de parameters ( $T$ ,  $\mu$  en  $\sigma$ ) van invloed zijn op het aantal afgezegde operaties. Verder zijn de overwerkkosten en de afzegkosten per operatie van belang.

In casus 1 valt op dat als de onzekerheid in de verwachte operatieduur afneemt er minder operaties worden afgezegd. In casus 2 zien we juist het omgekeerde bij een beschikbare operatiekamertijd van 120 minuten. Uit de casussen 2 en 3 blijkt dat als de OK minder lang beschikbaar is het aantal afzeggingen toeneemt als direct gevolg van de toename in het aantal minuten overwerk.

In casus 4 is goed te zien dat als zowel de verwachte operatieduur en de onzekerheid als percentage van de beschikbare operatiekamertijd gelijk zijn, het optimale aantal af te zeggen operaties groter is bij een langere verwachte operatieduur. Dit komt omdat de absolute overschrijding in minuten dan het grootst is. Tenslotte blijkt uit casus 5 in sterke mate dat als de verwachte duur van de operatie onzekerder wordt het aantal afzeggingen toeneemt.

#### *Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties*

Deze vijf casussen worden opnieuw met elkaar vergeleken, maar nu zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie afhankelijk van de duur van de operatie. De kosten voor het afzeggen van een operatie zijn nu € 2,- per minuut.

Omdat de operaties identiek verdeeld zijn, zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie nog steeds constant per casus. De uitkomsten zijn dan ook bijna hetzelfde. Alleen de afzegkosten zijn nu lager en daarom worden er meer operaties afgezegd.

## §2.2 Niet-identiek verdeelde operaties

#### *Kosten voor het aantal afgezegde operaties*

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties als de operaties niet-identiek verdeeld zijn wordt een drietal casussen uitgewerkt. In deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 en de kosten voor het afzeggen van een operatie € 150,-. Het aantal in te plannen operaties is steeds 10. Verder zijn de operaties Normaal en onafhankelijk verdeeld.

Eerst wordt er gekeken wat er gebeurt als de standaarddeviatie redelijk gelijkmatig afneemt naarmate de operatieduur afneemt. De standaarddeviatie is bij twee operaties (ops) hetzelfde zodat de uitkomsten bij gelijke standaarddeviatie met elkaar vergeleken kunnen worden. Daarom is ook bij een tweetal operaties het gemiddelde gelijk. De gemiddelde totale operatieduur is 465 minuten en de OK is 420 minuten beschikbaar. De resultaten staan in tabel 2.6. Als er twee operaties worden afgezegd zijn de minimale kosten 300 euro, daarom wordt daar niet naar gekeken in dit geval.

De kosten zijn het laagst als operatie 1 wordt afgezegd. Daarna valt op dat hoe korter de afgezegde operatie duurt hoe hoger de kosten zijn. Dit is aannemelijk omdat er vaste kosten zijn voor het afzeggen van een operatie en hoe langer de operatie duurt hoe meer kostenvoordelen er zijn. Verder is te zien dat er beter geen operatie afgezegd kan worden als de operatie korter duurt dan 20 minuten. Dit lijkt ook logisch omdat 20 minuten overwerk 150 euro kost. En dat zijn precies de kosten voor het afzeggen van een operatie.

Maximaal beschikbare tijd OK			420 minuten	
Kosten per minuut overwerk			€ 7,50	
Kosten afzeggen operatie			€ 150,00	
operatie	mu	sigma	afgezegde operaties	kosten
1	100	25	geen	€ 372,36
2	90	24	op 1	€ 163,62
3	80	20	op 2	€ 173,27
4	60	20	op 3	€ 190,58
5	50	15	op 4	€ 233,75
6	40	10	op 5	€ 270,31
7	20	5	op 6	€ 311,78
8	10	2	op 7	€ 407,26
9	10	2	op 8 of 9	€ 462,68
10	5	1	op 10	€ 492,00

Tabel 2.6

In de volgende casus, in tabel 2.7., wordt gekeken naar het effect van een oplopende standaarddeviatie terwijl het gemiddelde afneemt. De gemiddelde totale operatieduur is 490 minuten en de OK is 420 minuten beschikbaar.

Maximaal beschikbare tijd OK			420 minuten			
Kosten per minuut overwerk			€ 7,50			
Kosten afzeggen operatie			€ 150,00			
operatie	mu	sigma	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten
1	100	25				
2	90	100	geen	€ 1.238,72	ops 1 + 2	€ 823,50
3	80	200	op 1	€ 992,83	ops 2 + 3	€ 670,21
4	70	25	op 2	€ 983,02	ops 1 + 3	
5	60	100	op 3	€ 856,44	ops 3 + 6	€ 552,08
6	50	200	op 4	€ 1.100,98		
7	20	20	op 5	€ 1.093,98	ops 1 + 3 + 6	€ 524,52
8	10	8	op 6	€ 970,75	ops 2 + 3 + 6	€ 480,74
9	5	2	op 7	€ 1.300,91		
10	5	2			ops 1 + 2 + 3 + 6	€ 602,33

Tabel 2.7

Als er alleen gekeken wordt naar de gevallen waarin één operatie is afgezegd valt op dat, ondanks een

afnemende operatieduur, de kostenvoordelen bij de operaties 1 tot 3 en bij de operaties 4 tot 6 groter worden vanwege de hoge standaarddeviatie. Als er meerdere operaties worden afgezegd valt op dat daarvoor het beste de operaties gekozen kunnen worden die bij het afzeggen van één operatie de grootste kostenvoordelen opleveren.

In de laatste casus wordt gekeken of de uitkomsten veranderen als de gemiddelde totale operatieduur gelijk is aan de beschikbaarheid van de OK. In deze casus zijn beiden 490 minuten.

Maximaal beschikbare tijd OK			490 minuten			
Kosten per minuut overwerk			€ 7,50			
Kosten afzeggen operatie			€ 150,00			
operatie	mu	sigma	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten
1	100	25				
2	90	100	geen	€ 954,26	ops 1 + 2	€ 663,83
3	80	200	op 1	€ 773,01	ops 2 + 3	€ 524,70
4	70	25	op 2	€ 758,39	ops 1 + 3	€ 552,45
5	60	100	op 3	€ 631,56	ops 3 + 6	€ 414,71
6	50	200	op 4	€ 861,81		
7	20	20	op 5	€ 848,89	ops 1 + 3 + 6	
8	10	8	op 6	€ 720,85	ops 2 + 3 + 6	€ 456,33
9	5	2	op 7	€ 1.104,26		
10	5	2				

Tabel 2.8

In de uitkomsten is hetzelfde patroon te zien. Het verschil is dat er nu minder operaties worden afgezegd omdat er meer tijd beschikbaar is in de OK.

#### *Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties*

De eerste en derde hierboven besproken casussen worden ook bekeken voor het geval dat de kosten van het afzeggen van een operatie afhankelijk zijn van de duur van de operaties.

In deze twee casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 en de kosten voor het afzeggen van een operatie zijn € 2,- per minuut. Het aantal in te plannen operaties is steeds 10. Verder zijn de operaties weer Normaal en onafhankelijk verdeeld.

Als voor verschillende operaties de verwachte operatieduur gelijk is zijn de afzegkosten ook gelijk. Verder bleek in paragraaf 2.1 uit casus 5 dat een hogere standaarddeviatie tot hogere kosten leidt. Het is dan ook aannemelijk dat bij een gelijke verwachte operatieduur, de operatie met de hoogste standaarddeviatie als eerste wordt afgezegd. Daarom lijkt de verhouding  $\mu/\sigma$  intuïtief een belangrijke maatstaf in de keuze voor de af te zeggen operatie. Deze verhouding is daarom in tabel 2.9 opgenomen.

De casus die wordt weergegeven in tabel 2.9 is veel complexer dan de casussen waarbij de afzegkosten van een operatie alleen afhingen van het aantal afzeggingen, omdat er veel meer mogelijkheden zijn van af te zeggen operaties. Om niet al deze opties uit te hoeven rekenen worden een paar stappen gevolgd. Eerst wordt uitgerekend wat de kosten zijn als er geen operaties worden afgezegd. Dan worden alle kosten uitgerekend als er één operatie wordt afgezegd. De kosten als alleen operatie 3 wordt afgezegd zijn dan € 200,58. Dat betekent dat alleen nog maar de combinaties bekeken hoeven te worden waarvan de kosten voor het afzeggen van de operaties lager zijn dan dit bedrag.

Maximaal beschikbare tijd OK in minuten					420						
Kosten per minuut overwerk					€ 7.50						
Kosten afzeggen operatie per minuut					€ 2.00						
operatie	mu	sigma	verhouding $\mu/\sigma$	kosten afzeggen	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten	
1	100	25	4.00	€ 200.00	geen	€ 372.36	ops 4 + 7	€ 199.96	ops 4 + 7 + 10	€ 202.55	
2	90	24	3.75	€ 180.00	op 1	€ 213.62	ops 4 + 8	€ 199.18	ops 4 + 8 + 9	€ 200.38	
3	80	20	4.00	€ 160.00	op 2	€ 203.27	ops 4 + 10	€ 200.73	ops 4 + 8 + 10	€ 199.13	
4	60	20	3.00	€ 120.00	op 3	€ 200.58	ops 5 + 6	€ 208.32	ops 5 + 6 + 10	€ 212.82	
5	50	15	3.33	€ 100.00	op 4	€ 203.75	ops 5 + 7	€ 203.56	ops 5 + 7 + 8	€ 204.17	
6	40	10	4.00	€ 80.00	op 5	€ 220.31	ops 5 + 8	€ 209.10	ops 5 + 7 + 10	€ 203.23	
7	20	5	4.00	€ 40.00	op 6	€ 241.78	ops 5 + 10	€ 213.95	ops 5 + 8 + 9	€ 204.03	
8	10	2	5.00	€ 20.00	op 7	€ 297.26	ops 6 + 7	€ 212.26	ops 5 + 8 + 10	€ 205.86	
9	10	2	5.00	€ 20.00	op 8 of 9	€ 332.68	ops 6 + 8	€ 224.15	ops 6 + 7 + 8	€ 206.92	
10	5	1	5.00	€ 10.00	op 10	€ 352.00	ops 6 + 10	€ 232.21	ops 6 + 7 + 10	€ 208.90	
					ops 2 + 8	€ 214.30	ops 7 + 8	€ 267.62	ops 6 + 8 + 9	€ 212.77	
					ops 2 + 10	€ 208.35	ops 7 + 10	€ 281.76	ops 6 + 8 + 10	€ 217.72	
					ops 3 + 7	€ 216.68	ops 8 + 9	€ 297.72	ops 7 + 8 + 9	€ 243.86	
					ops 3 + 8	€ 206.73	ops 8 + 10	€ 314.59	ops 7 + 8 + 10	€ 255.02	
					ops 3 + 10	€ 203.11	ops 3 + 8 + 10	€ 211.40			
					ops 4 + 6	€ 215.52	ops 4 + 7 + 8	€ 206.22			

Tabel 2.9

Als er slechts één operatie afgezegd zou mogen worden zou dat operatie 3 zijn. Dit kan vooral verklaard worden doordat het afzeggen van operatie 3 veel scheelt in het aantal minuten overwerk vanwege de lange verwachte operatieduur van 80 minuten. Operatie 2 heeft ook een lange verwachte operatieduur en een betere  $\mu/\sigma$  verhouding, maar resulteert toch in hogere kosten. Dit kan komen doordat de extra kostenverlaging als gevolg van minder overwerk relatief klein is omdat er nog maar weinig overwerk is. Als er meer operaties afgezegd worden zijn de kosten het laagst als de operaties 4, 8 en 10 worden afgezegd. Operatie 4 heeft de gunstigste  $\mu/\sigma$  verhouding en wordt aangevuld met twee korte operatie zodat de totale verwachte operatieduur met 75 minuten afneemt. Dat is net iets minder dan de 80 minuten die het afzeggen van operatie 3 opleverde.

In de tweede casus in tabel 2.10 is de OK 490 minuten beschikbaar. Dat is gelijk aan de verwachte totale operatieduur. Verder is deze casus gelijk aan de eerste. Nu zijn alleen niet alle mogelijke combinaties uitgerekend.

Maximaal beschikbare tijd OK in minuten					490			
Kosten per minuut overwerk					€ 7.50			
Kosten afzeggen operatie per minuut					€ 2.00			
operatie	mu	sigma	verhouding $\mu/\sigma$	kosten afzeggen	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten
1	100	25	4.00	€ 200.00	geen	€ 954.26	ops 1 + 2	€ 743.83
2	90	100	0.90	€ 180.00	op 1	€ 823.01	ops 2 + 3	€ 564.70
3	80	200	0.40	€ 160.00	op 2	€ 788.39	ops 1 + 3	€ 612.45
4	70	25	2.80	€ 140.00	op 3	€ 641.56	ops 3 + 6	€ 374.71
5	60	100	0.60	€ 120.00	op 4	€ 851.81	ops 3 + 6 + 7	€ 386.61
6	50	200	0.25	€ 100.00	op 5	€ 818.89	ops 3 + 6 + 8	€ 380.81
7	20	20	1.00	€ 40.00	op 6	€ 670.85	ops 3 + 6 + 9	€ 377.77
8	10	8	1.25	€ 20.00	op 7	€ 919.27	ops 3 + 6 + 8 + 9	€ 384.54
9	5	2	2.50	€ 10.00	op 8	€ 936.94	ops 3 + 6 + 9 + 10	€ 381.17
10	5	2	2.50	€ 10.00	op 9 of 10	€ 945.61		

Tabel 2.10

Wat opvalt is dat de kosten bij het afzeggen van één operatie nu meer informatie geven over de operaties die het beste kunnen worden afgezegd als er meerdere operaties worden afgezegd. De kosten zijn het laagst als de operaties 3 en 6 worden afgezegd. Dat zijn de twee operaties met de laagste  $\mu/\sigma$  verhouding.

## Hoofdstuk 3 Experimenten met het aantal afzeggingen bij Uniform verdeelde operaties

In dit hoofdstuk wordt gekeken of er beslisregels gevonden kunnen worden om te beslissen hoeveel en welke operaties afgezegd moeten worden als de operaties Uniform verdeeld zijn. In paragraaf 1 gebeurt dat voor identiek verdeelde operaties en in paragraaf 2 voor niet-identiek verdeelde operaties. In beide paragrafen wordt ook weer gekeken naar de twee verschillende manieren om kosten toe te wijzen aan afgezegde operaties.

### §3.1 Identiek verdeelde operaties

#### *Kosten voor het aantal afgezegde operaties*

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties worden een aantal casussen met elkaar vergeleken. In al deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 150,-. Het aantal in te plannen operaties is steeds 9. Dit gekozen aantal operaties beïnvloedt de resultaten niet. Daarnaast wordt aangenomen dat de minimale verwachte operatieduur groter of gelijk is dan 20. Dat is de verhouding  $k_{af}/k_{ow}$ . Verder zijn de operaties Uniform, identiek en onafhankelijk verdeeld.

In de verschillende casussen wordt de beschikbare operatiekamertijd ( $T$ ), de breedte van het interval en de gemiddelde operatieduur gevarieerd. Het gegeven aantal afzeggingen in tabel 3.1 en de daarbij behorende kosten zijn steeds optimaal bij de gegeven input.

De kosten van 20 minuten overwerk zijn gelijk aan de kosten voor het afzeggen van één operatie. Verder is de verwachte totale operatieduur gelijk aan het aantal operaties keer het gemiddelde van het interval.

In al deze casussen is het minimale aantal afzeggingen zo dat de verwachte totale operatieduur nooit groter of gelijk is dan  $T + 20$ . In tabel 3.2 is hier een voorbeeld van te zien. Bij  $T = 340$  is de verwachte totale operatieduur bij 0 afzeggingen gelijk aan  $T + 20$  en dus niet kleiner. Daarom wordt er minimaal één operatie afgezegd en in dit geval precies één. Als het interval erg smal wordt en de onzekerheid in de verwachte operatieduur dus ook erg klein zijn de kosten zo goed als gelijk als de verwachte totale operatieduur gelijk is aan  $T + 20$ .

Wat ook opvalt is dat de breedte van het interval weinig effect heeft op het aantal afzeggingen. In tabel 3.1 is te zien dat pas als het interval breder wordt dan 60 minuten er een extra afzegging is bij  $T = 540$ .

T	Interval	Breedte	mu	# afzeggingen	kosten
360	[10, 70]	60	40	0	€ 156.36
330	[10, 70]	60	40	1	€ 263.01
300	[10, 70]	60	40	2	€ 375.71
360	[20, 60]	40	40	0	€ 104.24
330	[20, 60]	40	40	1	€ 215.31
300	[20, 60]	40	40	2	€ 335.64
360	[30, 50]	20	40	0	€ 52.12
330	[30, 50]	20	40	1	€ 170.41
300	[30, 50]	20	40	2	€ 305.01
540	[30, 90]	60	60	0	€ 156.36
450	[30, 90]	60	60	2	€ 353.46
360	[30, 90]	60	60	3	€ 578.04
540	[40, 80]	40	60	0	€ 104.24
450	[40, 80]	40	60	2	€ 319.77
360	[40, 80]	40	60	3	€ 535.36
540	[50, 70]	20	60	0	€ 52.12
450	[50, 70]	20	60	2	€ 300.93
360	[50, 70]	20	60	3	€ 492.68
540	[20, 100]	80	60	1	€ 197.68
450	[20, 100]	80	60	2	€ 392.83
360	[20, 100]	80	60	3	€ 620.71
300	[20, 100]	80	60	4	€ 756.12
240	[20, 100]	80	60	5	€ 890.00

Tabel 3.1

T	Interval	Breedte	mu	# afzeggingen	kosten
360	[10, 70]	60	40	0	€ 156.36
350	[10, 70]	60	40	0	€ 196.68
340	[10, 70]	60	40	1	€ 234.35
340	[38, 42]	60	40	1	€ 150.00

Tabel 3.2

### Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties

De casussen weergegeven in tabel 3.1 worden opnieuw met elkaar vergeleken om een beslisregel te vinden voor het optimale aantal af te zeggen operaties. Nu zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie afhankelijk van de duur van de operatie. In al deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 2,- per minuut. Er wordt aangenomen dat de minimale verwachte operatieduur groter of gelijk is dan 20. Het aantal in te plannen operaties is steeds 9. Verder zijn de operaties Uniform, identiek en onafhankelijk verdeeld.

Omdat de operaties identiek verdeeld zijn, zijn de afzegkosten per operatie vast en gelijk aan € 80,- of € 120,-. Daardoor is het probleem equivalent aan het eerder besprokene met als enige verschil dat de afzegkosten lager zijn en er dus sneller een operatie wordt afgezegd.

In 8 van de 23 casussen uit tabel 3.3 wordt er een extra operatie afgezegd ten opzichte van de casussen waarbij het afzeggen van een operatie € 150,- kostte. Dit gebeurt voornamelijk bij de casussen met een relatief breed interval.

T	Interval	Breedte	mu	#afzeggingen	kosten
360	[10, 70]	60	40	1	€ 123.13
330	[10, 70]	60	40	2	€ 183.90
300	[10, 70]	60	40	2	€ 235.71
360	[20, 60]	40	40	1	€ 92.91
330	[20, 60]	40	40	1	€ 145.31
300	[20, 60]	40	40	2	€ 195.64
360	[30, 50]	20	40	0	€ 52.12
330	[30, 50]	20	40	1	€ 100.05
300	[30, 50]	20	40	2	€ 165.01
540	[30, 90]	60	60	1	€ 139.36
450	[30, 90]	60	60	2	€ 293.46
360	[30, 90]	60	60	4	€ 487.07
540	[40, 80]	40	60	0	€ 104.24
450	[40, 80]	40	60	2	€ 259.77
360	[40, 80]	40	60	3	€ 445.36
540	[50, 70]	20	60	0	€ 52.12
450	[50, 70]	20	60	2	€ 240.93
360	[50, 70]	20	60	3	€ 402.68
540	[20, 100]	80	60	1	€ 167.68
450	[20, 100]	80	60	2	€ 332.83
360	[20, 100]	80	60	4	€ 503.19
300	[20, 100]	80	60	5	€ 615.24
240	[20, 100]	80	60	6	€ 727.91

Tabel 3.3

### §3.2 Niet-identiek verdeelde operaties

#### Kosten voor het aantal afgezegde operaties

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties als de operaties niet-identiek verdeeld zijn wordt een casus uitgewerkt. In deze casus zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 150,- en de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50. Het aantal in te plannen operaties is 9. Verder zijn de operaties Uniform en onafhankelijk verdeeld.

In deze casus zijn de operaties 1 en 6 en de operaties 4 en 9 identiek. Verder verschillen de operaties in gemiddelde en het interval waarin de operatieduur ligt verschilt in breedte. De operaties 3 en 7 hebben dezelfde verwachte duur, maar de duur van de operaties verschilt in onzekerheid.

Operatie 8 heeft de grootste verwachte operatieduur en in tabel 3.4 is te zien dat het afzeggen van deze operatie de grootste kostenbesparing oplevert. Er wordt nooit meer dan één operatie afgezegd omdat de minimale kosten voor het afzeggen van twee

Maximaal beschikbare tijd OK in minuten	360				
Kosten per minuut overwerk	€ 7.50				
Kosten afzeggen operatie	€ 150.00				
operatie	Interval	Breedte	mu	afgezegde operaties	kosten
1	[30, 60]	30	45	geen	€ 259.54
2	[0, 20]	20	10	op 1 of 6	€ 214.00
3	[20, 80]	60	50	op 2	€ 353.19
4	[15, 45]	30	30	op 3	€ 193.61
5	[40, 70]	30	55	op 4 of 9	€ 261.71
6	[30, 60]	30	45	op 5	€ 191.25
7	[40, 60]	20	50	op 7	€ 203.19
8	[30, 120]	90	75	op 8	€ 153.71
9	[15, 45]	30	30		

Tabel 3.4

operaties € 300,- zijn en dus nooit een extra kostenvoordeel op kan leveren.

Verder levert het afzeggen van operatie 4 of 9 geen kostenbesparing op terwijl de besparing in minuten groter is dan 20, dat is de verhouding  $k_{ow}/k_{af}$ . Het afzeggen van operatie 3 of 5 levert bijna dezelfde kosten op, terwijl operatie 5 een duidelijk hoger gemiddelde heeft. Als operatie 3 vervangen wordt door een operatie die Uniform verdeeld is op het interval [15, 85], resulteert het afzeggen van operatie 3 zelfs in lagere kosten, terwijl het gemiddelde gelijk gebleven is.

#### *Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties*

De hierboven besproken casus wordt opnieuw bekeken waarbij de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) nu afhankelijk zijn van de duur van de operatie. Deze kosten zijn € 2,- per minuut.

In tabel 3.5 is ook de verhouding  $\mu/b$  opgenomen, waarbij  $b$  staat voor de breedte van het interval. Het lijkt intuïtief zo dat een operatie waarbij deze verhouding laag is relatief veel bijdraagt aan de kosten, maar waarvan het afzeggen relatief weinig kost. In de casus besproken in paragraaf 3.1 bleek dat de kosten toenamen als er meer onzekerheid was in de verwachte operatieduur. Maar omdat de verwachte duur van de operatie relatief laag is, zijn de kosten voor het afzeggen ook relatief laag.

Maximaal beschikbare tijd OK in minuten				360					
Kosten per minuut overwerk		€		7.50					
Kosten afzeggen operatie per minuut		€		2.00					
operatie	Interval	Breedte	$\mu$	verhouding $\mu/b$	kosten afzeggen	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten
1	[30, 60]	30	45	1.50	€ 90.00	geen	€ 259.54	ops 1 + 2	€ 150.17
2	[0, 20]	20	10	0.50	€ 20.00	op 1 of 6	€ 154.00	ops 2 + 3	€ 144.24
3	[20, 80]	60	50	0.83	€ 100.00	op 2	€ 223.19	ops 2 + 4	€ 156.77
4	[15, 45]	30	30	1.00	€ 60.00	op 3	€ 143.61	ops 2 + 5	€ 153.99
5	[40, 70]	30	55	1.83	€ 110.00	op 4 of 9	€ 171.71	ops 2 + 7	€ 152.58
6	[30, 60]	30	45	1.50	€ 90.00	op 5	€ 151.25	ops 4 + 9	€ 150.09
7	[40, 60]	20	50	2.50	€ 100.00	op 7	€ 153.19	ops 2 + 4 + 9	€ 156.19
8	[30, 120]	90	75	0.83	€ 150.00	op 8	€ 153.71		
9	[15, 45]	30	30	1.00	€ 60.00				

**Tabel 3.5**

De drie operaties met de laagste  $\mu/b$  verhouding zijn de operaties 2,3 en 8. Het blijkt dat het afzeggen van operatie 2 heel weinig kostenvoordeel oplevert ondanks die lage verhouding. Dit is vanwege de korte duur van deze operatie. Er is na het afzeggen hiervan nog steeds te veel overwerk. Het afzeggen van operatie 3 daarentegen levert het meeste kostenvoordeel op. Het afzeggen van operatie 8 kost € 150,- en dat is al meer dan de totale kosten bij het afzeggen van operatie 3. Als de operaties 2 en 3 allebei worden afgezegd zijn de kosten maar net iets hoger dan bij het afzeggen van alleen operatie 3.



## Hoofdstuk 4 Experimenten met het aantal afzeggingen bij Lognormaal verdeelde operaties

In dit hoofdstuk wordt gekeken of er beslisregels gevonden kunnen worden om te beslissen hoeveel en welke operaties afgezegd moeten worden als de operaties Lognormaal verdeeld zijn. In paragraaf 1 gebeurt dit voor identiek verdeelde operaties en in paragraaf 2 voor niet-identiek verdeelde operaties. In beide paragrafen wordt ook weer gekeken naar de twee verschillende manieren om kosten toe te wijzen aan afgezegde operaties.

Omdat de Lognormale verdeling een dikke staart heeft is het mogelijk dat de operaties samen langer duren dan 24 uur. In dit hoofdstuk wordt aangenomen dat de kans dat de operaties samen langer duren dan 4 keer de beschikbare operatiekamertijd gelijk is aan nul en de kans daarop wordt in de berekeningen gelijk gezet aan nul.

### §4.1 Identiek verdeelde operaties

#### *Kosten voor het aantal afgezegde operaties*

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties worden een aantal casussen met elkaar vergeleken. In al deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 150,-. Het aantal in te plannen operaties is steeds 10. Verder zijn de operaties Lognormaal, identiek en onafhankelijk verdeeld.

Met behulp van de casussen in tabel 4.1 wordt onderzocht wat het effect is van de gemiddelde operatieduur, de beschikbare operatiekamertijd en de standaarddeviatie op het aantal afzeggingen.

Uit de eerste 12 casussen in tabel 4.1 blijkt dat als de beschikbare operatiekamertijd toeneemt het aantal afzeggingen afneemt. Verder blijkt daaruit dat als de gemiddelde operatieduur toeneemt het aantal afzeggingen ook toeneemt. Als we de casussen met een gemiddelde operatieduur van 45 minuten met elkaar vergelijken blijkt dat als de standaarddeviatie toeneemt van 15 naar 30 minuten het aantal afzeggingen toeneemt. Maar als de standaarddeviatie toeneemt van 30 naar 45 minuten blijft het aantal afzeggingen gelijk en bij  $T = 360$  is er een afzegging minder. Dit kan verklaart worden doordat de kans dat een operatie langer dan 24 uur duurt gelijk gezet wordt aan nul.

In al deze casussen is het verschil tussen de verwachte totale operatieduur en de beschikbare operatiekamertijd maximaal de duur van één operatie. Wel wordt dit beïnvloed door de aanname dat verwachte totale

T	mu	sigma	#afzeggingen	kosten
300	30	15	0	€ 253,35
360	30	15	0	€ 119,52
420	30	15	0	€ 56,21
450	30	15	0	€ 38,78
300	45	15	4	€ 694,23
360	45	15	2	€ 515,84
420	45	15	1	€ 343,01
450	45	15	0	€ 259,31
300	60	15	5	€ 898,82
360	60	15	4	€ 772,20
420	60	15	3	€ 645,03
450	60	15	3	€ 564,09
300	45	30	4	€ 842,11
360	45	30	3	€ 701,54
420	45	30	1	€ 553,55
450	45	30	1	€ 481,32
300	45	45	4	€ 939,47
360	45	45	2	€ 815,86
420	45	45	1	€ 688,09
450	45	45	1	€ 626,09

Tabel 4.1

operatieduur nooit meer is dan 24 uur.

*Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties*

De besproken casussen weergegeven in tabel 4.1 worden opnieuw met elkaar vergeleken om een beslisregel te vinden voor het optimale aantal af te zeggen operaties. Nu zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie afhankelijk van de duur van de operatie. In al deze casussen zijn de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut en de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 2,- per minuut. Het aantal in te plannen operaties is 10. Verder zijn de operaties Lognormaal, identiek en onafhankelijk verdeeld.

Omdat de operaties identiek verdeeld zijn, zijn de afzegkosten in elke casus steeds weer constant. Omdat het gemiddelde niet constant is variëren ook de afzegkosten. Omdat de afzegkosten lager zijn dan € 150,- worden er meer operaties afgezegd. Het variëren van  $T$ ,  $\mu$  en  $\sigma$  heeft hetzelfde effect als eerder besproken. Maar nu is het verschil tussen de verwachte totale operatieduur en de beschikbare operatiekamertijd groter.

T	mu	sigma	#afzeggingen	kosten
300	30	15	2	€ 205,30
360	30	15	0	€ 119,52
420	30	15	0	€ 56,21
450	30	15	0	€ 38,78
300	45	15	4	€ 454,23
360	45	15	3	€ 357,45
420	45	15	2	€ 263,05
450	45	15	1	€ 215,26
300	60	15	6	€ 740,23
360	60	15	5	€ 633,46
420	60	15	4	€ 528,29
450	60	15	3	€ 474,09
300	45	30	5	€ 575,11
360	45	30	4	€ 500,90
420	45	30	3	€ 425,95
450	45	30	2	€ 390,93
300	45	45	6	€ 658,40
360	45	45	5	€ 598,89
420	45	45	4	€ 538,56
450	45	45	3	€ 508,42

Tabel 4.2

**§4.2 Niet-identiek verdeelde operaties**

*Kosten voor het aantal afgezegde operaties*

Om te kijken of er systematiek is in het optimale aantal af te zeggen operaties als de operaties niet-identiek verdeeld zijn worden twee casussen uitgewerkt. In deze casussen zijn de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) € 150,- en de kosten voor overwerk ( $k_{ow}$ ) € 7,50 per minuut. De operaties zijn Lognormaal en onafhankelijk verdeeld.

Als de beschikbare operatiekamertijd 300 minuten is het in de eerste casus, zie tabel 4.3, optimaal om geen enkele operatie af te zeggen. Als de beschikbare operatiekamertijd 240 minuten is het optimaal om de operaties 1 en 2 allebei af te zeggen. Het is opvallend dat het afzeggen van operatie 2 in het laatste geval een grotere kostenreductie oplevert dan het afzeggen van operatie 1 ondanks de kleinere onzekerheid in de verwachte operatieduur. Het afzeggen van operatie 3 levert wel weer een grotere kostenreductie op dan het afzeggen van operatie 4.

operatie	mu	sigma
1	45	15
2	45	10
3	40	15
4	40	10
5	30	15
6	30	10
7	20	10
8	20	5
9	15	10
10	15	5

Tabel 4.3

operatie	mu	sigma
1	60	20
2	50	15
3	40	20
4	40	15
5	30	15
6	30	10
7	20	10
8	20	5
9	15	10
10	15	5

Tabel 4.4

In de tweede casus, zie tabel 4.4, is het bij een beschikbare operatiekamertijd van 300 minuten optimaal om operatie 1 af te zeggen. Bij een beschikbare operatiekamertijd van 240 minuten is het optimaal om de eerste twee operaties af te zeggen.

#### Kosten afhankelijk van de duur van de afgezegde operaties

De casussen weergegeven in de tabellen 4.3 en 4.4 worden opnieuw bekeken waarbij de kosten voor het afzeggen van een operatie ( $k_{af}$ ) nu afhankelijk zijn van de duur van de operatie. De kosten zijn € 2,- per minuut.

In de tabellen wordt ook de verhouding  $\mu/\sigma$  weergegeven. Dit omdat het intuïtief zo lijkt dat een operatie waarbij deze verhouding laag is relatief veel bijdraagt aan de kosten, maar waarvan het afzeggen relatief weinig kost. In de casussen besproken in paragraaf 4.1 bleek dat de kosten toenamen als er meer onzekerheid was in de verwachte operatieduur. Terwijl bij een gelijke verwachte operatieduur de afzegkosten niet toenamen.

Maximaal beschikbare tijd OK		360 minuten							
Kosten per minuut overwerk		€		7.50					
Kosten afzeggen operatie		€		2.00					
operatie	mu	sigma	Verhouding $\mu/\sigma$	Afzegkosten	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten	
1	60	20	3.00	€ 120.00	geen	€ 210.87	op 10	€ 203.91	
2	50	15	3.33	€ 100.00	op 1	€ 198.04	ops 3 + 9	€ 160.74	
3	40	20	2.00	€ 80.00	op 2	€ 196.73	ops 5 + 9	€ 153.31	
4	40	15	2.67	€ 80.00	op 3	€ 192.98	ops 7 + 9	€ 149.20	
5	30	15	2.00	€ 60.00	op 4	€ 194.99	ops 3 + 5 + 9	€ 192.62	
6	30	10	3.00	€ 60.00	op 5	€ 192.56	ops 3 + 7 + 9	€ 180.22	
7	20	10	2.00	€ 40.00	op 6	€ 197.49	ops 5 + 7 + 9	€ 168.94	
8	20	5	4.00	€ 40.00	op 7	€ 196.11	ops 3 + 5 + 7 + 9	€ 214.27	
9	15	10	1.50	€ 30.00	op 8	€ 205.93			
10	15	5	3.00	€ 30.00	op 9	€ 148.79			

Tabel 4.5

In de casus weergegeven in tabel 4.5 is het optimaal om operatie 9 af te zeggen. Als de operaties 7 en 9 allebei worden afgezegd zijn de kosten ook erg laag. Operatie 9 heeft de laagste  $\mu/\sigma$  verhouding en operatie 7 samen met de operaties 3 en 5 de op één na laagste. Uit de kosten bij het afzeggen van meerdere operaties blijkt dat naast deze verhouding ook de totale afzegkosten een rol spelen. Bij het afzeggen van een operatie met een langere verwachte operatieduur zijn de afzegkosten ook hoger. Als de verwachte gemiddelde overschrijding dan laag is wordt de extra besparing in minuten kleiner terwijl de kosten niet afnemen.

Maximaal beschikbare tijd OK		300 minuten							
Kosten per minuut overwerk		€		7.50					
Kosten afzeggen operatie		€		2.00					
operatie	mu	sigma	Verhouding $\mu/\sigma$	Afzegkosten	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten	
1	60	20	3.00	€ 120.00	geen	€ 382.52	ops 3 + 9	€ 237.02	
2	50	15	3.33	€ 100.00	op 1	€ 278.67	ops 5 + 9	€ 243.74	
3	40	20	2.00	€ 80.00	op 2	€ 291.70	ops 7 + 9	€ 256.22	
4	40	15	2.67	€ 80.00	op 3	€ 301.37	ops 3 + 5 + 9	€ 232.25	
5	30	15	2.00	€ 60.00	op 4	€ 304.22	ops 3 + 7 + 9	€ 230.37	
6	30	10	3.00	€ 60.00	op 5	€ 314.77	ops 5 + 7 + 9	€ 230.35	
7	20	10	2.00	€ 40.00	op 6	€ 321.90	ops 3 + 5 + 7 + 9	€ 228.39	
8	20	5	4.00	€ 40.00	op 7	€ 333.91	ops 3 + 4 + 7 + 9	€ 257.26	
9	15	10	1.50	€ 30.00	op 8	€ 346.60	ops 3 + 5 + 9 + 10	€ 243.56	
10	15	5	3.00	€ 30.00	op 9	€ 293.52	ops 4 + 5 + 7 + 9	€ 246.72	
					op 10	€ 351.46	ops 3 + 4 + 5 + 7 + 9	€ 291.82	
					ops 1 + 9	€ 231.24	ops 3 + 5 + 7 + 9 + 10	€ 250.86	

Tabel 4.6

In tabel 4.6 is dezelfde casus weergegeven maar dan met een beschikbare operatiekamer tijd van 300 minuten. Vanwege het aantal zijn niet alle verschillende mogelijke opties in deze tabel opgenomen. In deze casus is het voordeliger om meerdere operaties af te zeggen. Als de operaties 3, 5, 7 en 9 worden afgezegd zijn de totale kosten het laagst. Opvallend is dat dit de 4 operaties zijn met de laagste  $\mu/\sigma$  verhouding.

Maximaal beschikbare tijd OK		300 minuten						
Kosten per minuut overwerk		€	7.50					
Kosten afzeggen operatie		€	2.00					
operatie	mu	sigma	Verhouding $\mu/\sigma$	Afzegkosten	afgezegde operaties	kosten	afgezegde operaties	kosten
1	45	15	3.00	€ 90.00	geen	€ 286.33	ops 1 + 9	€ 188.17
2	45	10	4.50	€ 90.00	op 1	€ 231.25	ops 2 + 9	€ 188.82
3	40	15	2.67	€ 80.00	op 2	€ 231.46	ops 3 + 9	€ 186.78
4	40	10	4.00	€ 80.00	op 3	€ 234.10	ops 5 + 9	€ 184.04
5	30	15	2.00	€ 60.00	op 4	€ 235.78	ops 7 + 9	€ 187.45
6	30	10	3.00	€ 60.00	op 5	€ 238.66	ops 1 + 2 + 9	€ 228.59
7	20	10	2.00	€ 40.00	op 6	€ 242.95	ops 3 + 5 + 9	€ 203.01
8	20	5	4.00	€ 40.00	op 7	€ 250.01	ops 5 + 7 + 9	€ 163.16
9	15	10	1.50	€ 30.00	op 8	€ 259.16	ops 7 + 9 + 10	€ 185.48
10	15	5	3.00	€ 30.00	op 9	€ 208.51	ops 3 + 5 + 7 + 9	€ 214.48
					op 10	€ 262.62	ops 5 + 7 + 9 + 10	€ 180.08

**Tabel 4.7**

In tabel 4.7 is de tweede casus weergegeven. De beschikbare operatiekamer tijd is 300 minuten. De drie operaties met de kleinste  $\mu/\sigma$  verhouding zijn de operaties 5, 7 en 9. Het afzeggen van deze drie operaties resulteert in de laagste kosten en is dus optimaal. Bij een beschikbare operatiekamer tijd van 240 minuten is het optimaal om de operaties 3, 5, 7 en 9 af te zeggen. Dat zijn de vier operaties met de kleinste  $\mu/\sigma$  verhouding.

## Hoofdstuk 5      Conclusie

In hoofdstuk 1 zijn voor de Normale, Uniforme en Lognormale verdeling formules gegeven die door gebruik te maken van een Riemannsom goed benaderd kunnen worden. Vervolgens is in de hoofdstukken 2 - 4 geëxperimenteerd met het afzeggen van operaties met als doel het vinden van beslisregels. Er kunnen geen exacte beslisregels gevonden worden, maar wel heuristische beslisregels die gevolgd kunnen worden om de afzeggingen te bepalen.

Als de operatieduur identiek verdeeld is hoeft alleen het optimale aantal afzeggingen gevonden te worden. Daarom is het mogelijk om elke optie uit te rekenen, te beginnen bij 0 afzeggingen. Net zolang tot de totale afzegkosten groter zijn dan de tot dan toe gevonden minimale totale kosten.

Als de operatieduur niet-identiek verdeeld is zijn er aparte heuristische beslisregels gevonden afhankelijk van de manier waarop kosten aan afgezegde operaties worden toegewezen.

Als de operatieduur niet-identiek verdeeld is en de kosten afhankelijk zijn van het aantal afgezegde operaties kan de volgende heuristische beslisregel worden gegeven:

1. Bereken de kosten als er geen operatie wordt afgezegd.
2. Bereken de kosten bij het afzeggen van de drie operatie met de grootste verwachte operatieduur.
3. Bereken de kosten bij het afzeggen van twee of drie operaties en neem daarvoor de operaties die in regel 2 de grootste kostenbesparing opleverden.
4. Zeg de operaties af die de grootste kostenbesparing opleveren.

Als de operatieduur niet-identiek verdeeld is en de kosten afhankelijk zijn van de duur van de afgezegde operaties kan de volgende heuristische beslisregel worden gegeven:

1. Bereken de kosten als er geen operatie wordt afgezegd.
2. Zeg de operatie af met de laagste  $\mu/\sigma$  of  $\mu/b$  verhouding. Bij een gelijke verhouding moet de operatie met de laagste verwachte operatieduur afgezegd worden.
3. Als regel 2 een kostenvoordeel oplevert zeg dan de volgende operatie met de laagste  $\mu/\sigma$  of  $\mu/b$  verhouding af tot er geen kostenvoordeel meer is.
4. Vul de best gevonden oplossing aan door het afzeggen van de operatie met de kortste duur tot dat geen kostenvoordeel meer oplevert.
5. Zeg de operaties af die de grootste kostenbesparing opleveren.

Deze heuristische beslisregels geven niet altijd de optimale oplossing, maar benaderen die wel. Door deze regels wordt het aantal verschillende uit te rekenen mogelijkheden wel sterk beperkt.

In verder onderzoek kunnen deze heuristische beslisregels verder uitgewerkt en getest worden. De resultaten gevonden in de experimenten kunnen als basis gebruikt worden voor een algoritmische benadering van de toewijzing van operaties aan operatiekamers. Dan kan ook onderzocht worden of deze beslisregels gelden als er meer operatiekamers zijn.

## Bronvermelding

Buonocore, A., Priozi, E., & Caputo, L. (2009). A note on the sum of uniform random variables. *Statistics and Probability Letters* 79 , 2092-2097.

Ross, S. M. (2007). *Introduction to Probability Models* (9th ed.). San Diego, CA: Academic Press.

Sadooghi-Alvandi, S., & Nematollahi, A. (2007). On the distribution of the sum of independent uniform random variables. *Stat Papers* , 171-175.

Stewart, J. (2006). *Calculus, Concepts and Contexts* (3rd ed.). Belmont, CA: Thomson Brooks/Cole.

Szyszkowicz, S. S., & Yanikomeroglu, H. (sd). Fitting the modified-power-lognormal to the sum of independent lognormals distribution. *Submitted 2009* .

Wackerly, D. D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. L. (2002). *Mathematical statistics with applications* (6th ed.). Pacific Grove, CA: Duxbury Press.

Wu, J., Mehta, N. B., & Zhang, J. (2005). A flexible lognormal sum approximation method. St. Louis, Missouri.